# MATEMÁTICAS

1. VIDEOJUEGOS DE ESTRATEGIA EN TIEMPO REAL
2. A VUELTAS CON Π
3. MATEMÁTICA Y POLÍTICA
4. LAS MATEMÁTICAS EN EPIDEMIOLOGÍA
5. MEDALLAS FIELDS
6. MATEMÁTICAS EN EL CINE Y LA TELEVISIÓN
7. VIDA Y LEGADO DE ALAN TURING
8. MUSYMÁTICAS
9. DIVULGAMAT
10. LOS NÚMEROS IRRACIONALES. LA ESCUELA PITAGÓRICA
11. LA SUCESIÓN DE FIBONACCI
12. LOS MOSAICOS DE LA ALHAMBRA

# VIDEOJUEGOS DE ESTRATEGIAS EN TIEMPO REAL

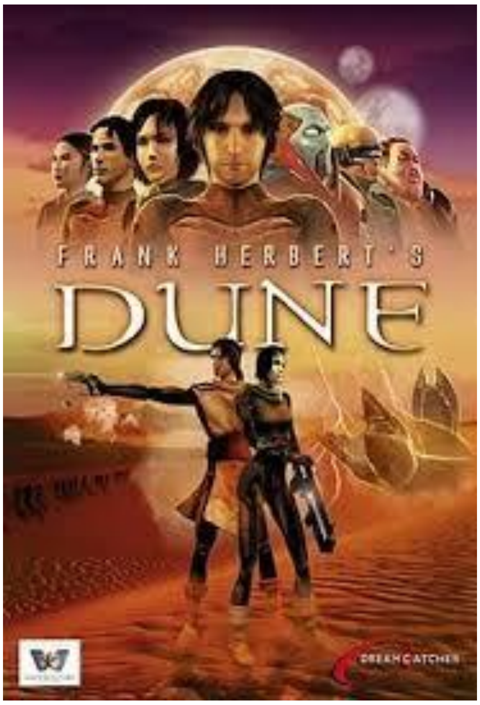
Los primeros videojuegos de estrategia no llegaron hasta bien entrados los años 80 del siglo pasado, pero cuando lo hicieron se desmarcaron rápidamente de sus homónimos de mesa. En esencia, la mayoría de juegos de estrategia de tablero se basan en sistemas de juegos por turnos (como el ajedrez, el backgammon o el go), donde los jugadores alternan consecutivamente sus movimientos. Sin embargo, los primeros videojuegos de estrategia ya incluían sistemas de juego en tiempo real, en los que las acciones de los jugadores se pueden realizar de forma simultánea.

Nos centraremos en este artículo en un videojuego del género de la estrategia en tiempo real. Estos videojuegos se conocen como *RTS*, por sus siglas en inglés (*Real Time Strategy Games*). Los *RTS* se caracterizan por simular un campo de batalla en el que dos o más jugadores se enfrentan controlando sus ejércitos. Los jugadores inician la partida de vacío y deben comenzar recolectando recursos (madera, oro, minerales…) que les permitan construir sus edificios y generar un ejército con el que enfrentarse al de su adversario. De esta forma, la gestión de los recursos y la toma de decisiones son los aspectos clave en este tipo de juegos.

A continuación, repasaremos brevemente el desarrollo en el tiempo de los *RTS*, detallaremos sus características principales y nos centraremos en los aspectos matemáticos que se requieren para jugar a uno de sus máximos exponentes, el videojuego *Starcraft II: Heart of the Swarm* (Blizzard, 2013)

Antes del primer *RTS* de la historia, ya hubo algunos predecesores que contenían diversos elementos que definen el género. Una muestra sería *Nether Earth* (Arguss Press Software, 1987), que se basa en la lucha de dos ejércitos de robots que pelean para dominar un territorio, controlar sus fábricas de componentes y generar un pequeño ejército con el que atacar la base enemiga, o de la misma forma, *Herzog Zwei* (TechnoSoft, 1989), un juego de acción /estrategia en el que dos adversarios pueden jugar en una misma consola con un único objetivo: destruir la base del enemigo. En este último juego, los jugadores pueden dar órdenes a sus unidades de combate de forma individual.

El videojuego que definió el género *RTS* es *Dune II* (Westwood, 1992). El juego, basado en la saga de novelas de ciencia ficción *Dune* de Frank Herbert, incluía un aspecto que ha pasado a ser parte esencial en el género: el control de los recursos. En las novelas el control de un mineral llamado "especia" era la clave del desarrollo de la historia y los creadores del videojuego quisieron trasladar este hecho a las mecánicas de juego. De esta forma, los jugadores tienen que recoger especia para poder crear sus estructuras y ejércitos con lo que se introduce por primera vez la recolección de recursos como mecánica básica.



Al mismo tiempo, *Dune II* define los elementos principales de un *RTS* que deben encontrarse en pantalla: una sección principal en la que discurre la acción y en la que se ve una parte del campo de batalla, un mini mapa en el que se puede controlar el terreno en su totalidad, los datos referentes a reservas de recursos y una zona en la que se especifican las características de las unidades o edificios. También este juego introducía la posibilidad de que cada ejército tuviera unidades y armamentos diferentes. El éxito comercial de este videojuego propició que en los siguientes años otras compañías desarrollaran otros juegos a partir de sus mismos planteamientos.

Otra saga que consiguió un gran impacto comercial fue la iniciada con *Warcraft: Orcs & Humans* (Blizzard, 1994), ambientado en un mundo mitológico inspirado por los libros de J.R.R. Tolkien y que introducía unidades de combate que podían luchar cuerpo a cuerpo y no solo unidades que disparaban a distancia. Sus secuelas llegaron a tener plataformas online. Algunos de ellos incluso posibilitaban celebrar campeonatos competitivos entre jugadores, al estilo de los torneos de ajedrez, y que en algunos países como Corea del Sur llegaron a ser televisados.

La última creación ha sido el universo *Starcraft*, en estos juegos dos adversarios se enfrentan sobre un mismo terreno con el objetivo de destruir completamente la base del contrario. Para ello, disponen al principio de un edificio central y unos pocos recolectores de recursos. Las primeras fases de la partida se centran en aumentar el número de recolectores y construir los primeros edificios con los recursos (mineral y gas) recolectados. A partir de aquí, se construyen las primeras unidades que conforman el ejército de cada jugador y comienza una lucha por dominar el terreno y sus fuentes de recursos, construir el máximo número de edificios y crear un ejército que pueda vencer al rival. En las batallas de una partida de *Starcraft* pueden participar gran número de unidades al mismo tiempo y los jugadores disponen de poco tiempo para las valoraciones que deben realizar. Por ello es imprescindible que el jugador juzgue rápidamente la situación a partir de una estimación del estado de la batalla. Esta habilidad puede desarrollarse mediante la experiencia, pero la profundidad de conocimientos sobre el juego se incrementa a partir de la revisión de las partidas jugadas y su análisis numérico. Los programas incorporan diversas herramientas que faciliten estos análisis, por ejemplo, diversas gráficas que muestran el desarrollo del juego o árboles de decisiones, una potente herramienta estadística.

## ACTIVIDADES

1. *¿Cómo definirías un juego de estrategia?*
2. *¿Cómo influiría en el desarrollo del juego que se desarrolle en tiempo real?*
3. *¿Qué son los recursos en este tipo de juego? ¿Y en la vida real?*
4. *¿Desarrollar habilidades en este tipo de juegos puede ser útil para tu vida cotidiana?*
5. *¿Consideras que este tipo de juegos hace a la juventud más competitiva?*

# A VUELTAS CON π

En los últimos meses ha tenido gran difusión en Internet el divertido y premiado cortometraje *Pipas* (Manuela Moreno, 2013) donde dos chicas sin cultura matemática hacen su particular interpretación de $\pi$. Si aún no lo habéis visto, hacedlo

Asimismo, una de las películas triunfadoras de los Premios Óscar de 2014, ganadora de 4 estatuillas, fue *La vida de Pi* (Ang Lee, 2012). Narra la historia de un muchacho de India cuyo padre, el Sr. Patel, fascinado por su estancia en la elegante Piscina Molitor de París, tiene la peregrina idea de dar ese nombre a su hijo: Piscina Molitor Patel. En el colegio, los niños se burlan llamándolo "Pis". En un esfuerzo por ganar ante todos un nombre respetado, al comienzo de un nuevo curso se presenta en la primera clase de cada asignatura como "Pi". Así, en una de ellas, pasa a la pizarra y, mientras dibuja una circunferencia con su diámetro y la letra π con su valor aproximado, dice:

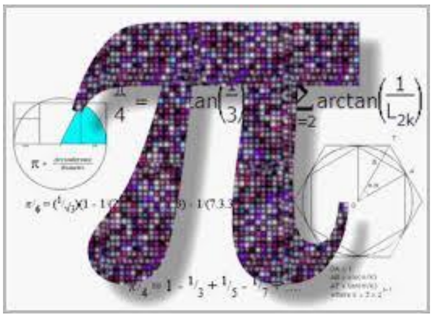
- Buenos días, soy Piscina Molitor Patel, pero todo el mundo me llama Pi, la decimosexta letra del alfabeto griego, que también se usa en Matemáticas para representar la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. Es un número irracional e infinito que suele redondearse con 3 dígitos, que son 3,14, o sea π.

El profesor le dice:

- Impresionante, Pi. ¡Siéntese!

Cuando llega a su pupitre, un compañero se burla de nuevo:

- Lo has intentado, Pis.



Llega la clase de Matemáticas y es entonces cuando Pi gana el respeto de todos. Se ve en la imagen como acuden más y más alumnos al aula donde Pi va por la cuarta pizarra llena con cifras decimales de π que ha memorizado y sus compañeros corean. El maestro comprueba en un libro que cada nueva cifra es correcta. Después de ese día, se convertirá en una leyenda en la escuela: Pi Patel.

La fama del número π lo convierte en uno de los referentes matemáticos más usados en el cine. Dichas apariciones suelen girar en torno a tres aspectos de π:

1.- Su definición en relación con la longitud de la circunferencia

2.- La infinitud no periódica de sus cifras, como número irracional.

3.- El supuesto carácter mágico o contenedor de secretos trascendentes a veces atribuidos a π

Los problemas atribuidos a su definición suelen deberse a errores en el doblaje de las películas o series. Así, por ejemplo, en la película *Cortina Rasgada* (Alfred Hitchcock, 1966), se nombra a una organización secreta de resistencia en la Alemania del Este durante la Guerra Fría, como π. En la versión española de la película un espía declara:

- π es el radio de la circunferencia de un círculo por su diámetro.

Esta definición es claramente incorrecta, en la versión original en inglés el agente lo que dice es:

- π is the ratio of the circumference of a circle to its diameter (π es la proporción entre la circunferencia de un círculo y su diámetro).

De lo cual se sacan dos conclusiones: que también los traductores necesitan cultura matemática.

La irracionalidad de π es utilizada como recurso estratégico. En la serie *Star Trek*, en el episodio 36 un virus informático se adueña del ordenador de a bordo de la nave Enterprise. Éste mantiene una unidad de exploración obligatoria y Spock encuentra la manera de bloquearlo, teniéndolo ocupado en un proceso sin fin. Le ordena:

- Esto es una orden obligatoria de clase A: "Calcule hasta el último dígito de π"

Pero es, sin duda, el carácter esotérico del número π, lo más usado en el cine. Este número nos transporta del pensamiento pitagórico y racional al esotérico e imaginativo. Son comunes los argumentos en los que matemáticos problemáticos y marginados intentan demostrar caracteres ocultos gracias a las propiedades o al uso de π.

Sin llegar a extremos patológicos, en *Los crímenes de Oxford* (Alex de la Iglesia, 2007), el protagonista, Martin, proclama ante el escéptico profesor Seldom su fe en un orden universal, que resume en esta frase de impacto: "*Yo creo en el número π*" Cuando Seldom le pide explicaciones, añade:

- Yo creo en el número π, en la proporción áurea, en la serie de Fibonacci. La esencia de la Naturaleza es matemática, hay un sentido oculto bajo la realidad. Las cosas se organizan siguiendo un modelo, un esquema, una serie lógica. Por lo tanto, si conseguimos descubrir el sentido secreto de los números, conoceremos el sentido secreto de la realidad.

## Π - PREGUNTAS

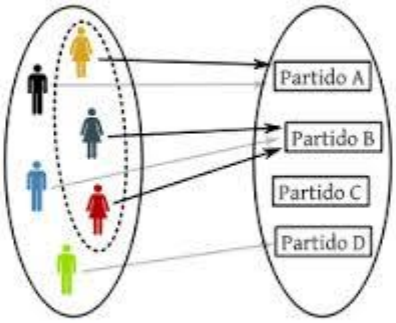
1. *¿Qué conocimientos posees sobre el número π?*
2. *¿Cuántos decimales de dicho número recuerdas? ¿Cuáles son los más usados?*
3. *¿Conoces alguna película en la que se nombre el número pi?*
4. *¿Crees que las películas con contenidos matemáticos son interesantes?*
5. *¿Puede el cine y la televisión contribuir a que la población adquiera conocimientos científicos?*

# MATEMÁTICA y POLÍTICA. LAS LEYES ELECTORALES

La ciencia en general y las matemáticas en particular son comúnmente utilizadas en aspectos muy diversos de la vida cotidiana. En el ámbito político, en España en concreto, el debate sobre la conveniencia de nuestra ley electoral está, cada vez más, a pie de calle. Sin embargo, y pese a ser un debate muy extendido, no son muchas las personas que conocen cómo funciona el reparto de representantes electos en función de los votos escrutados en nuestro país, y aún menos las que conocen cómo se realiza ese reparto en otros países de nuestro entorno.

Por ello, y para incrementar la capacidad crítica de nuestros jóvenes desde la asignatura de matemáticas, se pretende dar a conocer algunos de los sistemas más utilizados en el mundo para repartir representantes políticos (concejales, diputados, senadores, etc.). En función de los sistemas usados se formarán diferentes tipos de gobiernos.

En primer lugar, conviene aclarar a los alumnos que el reparto de representantes en función de los votos emitidos por los ciudadanos es un tema controvertido dado que la aplicación estricta de la proporción matemática (tantos votos, tantos escaños), no es posible debido a que los representantes electos no admiten la utilización de cifras decimales, son personas físicas y, por tanto, indivisibles. La realización de cualquier aproximación sobre los datos directos del escrutinio genera en sí un sesgo que altera la proporcionalidad entre unas fuerzas políticas y otras. Además, los distintos países han optado por sistemas de reparto que, de alguna forma, tengan una cierta intención política. Algunos sistemas electorales facilitan la gobernabilidad de una nación otorgando más poder del matemáticamente obtenido a los partidos más votados. Otros sistemas pueden potenciar la obtención de representación parlamentaria a los partidos con menos votos en aras a incrementar la presencia política de las minorías.




Balinski y Young (dos reputados matemáticos estadounidenses dedicados al estudio de las fórmulas matemáticas idóneas para los repartos electorales), en su obra de 1982, demostraron que no existe ninguna forma de reparto que cumpla simultáneamente las siguientes cuatro premisas:

1. *Verificación de la cuota*. La diferencia entre el porcentaje de escaños obtenidos y el de votos recibidos no puede ser mayor a la unidad
2. *Monotonía respecto de los escaños*. Si se incrementa el número de representantes a elegir, ningún partido podrá obtener menos de los que tenía antes del incremento
3. *Monotonía respecto de los votos*. Si en dos elecciones consecutivas un partido incrementa sus votos y otro los reduce, no debe incrementarse el número de escaños del segundo y reducirse los del primero
4. *Homogeneidad*. El número de representantes repartidos no debe cambiar si los votos de todos los partidos aumentan o disminuyen de forma proporcional.

Analizaremos brevemente a continuación, algunos de los sistemas de reparto de representantes basados en métodos de divisor, métodos de cociente y métodos de mayoría relativa:

**Métodos de divisor**

Los métodos de reparto de representantes por divisor se basan en la siguiente idea, si fijamos el número de votos necesario para obtener un representante, el número de representantes de cada partido puede obtenerse mediante la operación $n = V/d$, donde $n$ es el número de representantes de cada partido, $V$ es el número de votos obtenido por cada partido y $d$ es el número de votos necesarios para obtener un representante. De esta manera, lo que queda sin determinar es el número de representantes totales, que se obtiene mediante la suma de los obtenidos por todos los partidos.

Entre los sistemas de divisor, se encuentra la **Ley d`Hondt,** que es el sistema utilizado en España para el reparto de representantes en función de los votos emitidos en unas elecciones. Es además un sistema ampliamente utilizado en otros estados tanto europeos como sudamericanos, así como en Japón. En el sistema d`Hondt, se utilizan como divisores los números naturales, 1, 2, 3…., hasta el número de representantes que ha de elegirse en esa circunscripción. Los cocientes se calculan, por tanto, según la fórmula $V/(n+1)$, donde $V$ es el número de votos obtenidos por cada partido y $n$ es un índice que va desde 0 hasta el número de representantes a elegir menos 1.

**Métodos de cociente**

Los métodos de reparto de representantes por cociente se basan en el mismo principio. En primer lugar se establece un divisor $d$ para repartir los representantes. De esta manera, en una primera aproximación, cada formación política recibe un número de representantes que es igual al número de votos recibidos $V$, dividido entre $d$, aproximándose el cociente por defecto.

**Método de mayoría relativa**

En el método de mayoría relativa las circunscripciones utilizadas son mucho más pequeñas de lo que son en otros sistemas. En cada una de ellas solo ha de escogerse un representante. Este método, con alguna variación, se utiliza en algunos procesos electorales de Reino Unido.

## ACTIVIDADES

1. *¿Entiendes que haya una relación entre las elecciones y las matemáticas?*
2. *¿Cómo piensas sería la forma más justa de elegir nuestros representantes electorales?*
3. *¿La forma de elegir a los representantes electorales repercute en los desarrollos políticos posteriores?*
4. *¿Has oído hablar de la Ley d`Hondt?*
5. *¿Crees que dicha ley es justa?*

# MATEMÁTICAS EN EPIDEMIOLOGÍA

Desde épocas remotas la terna vida-enfermedad-muerte ha preocupado mucho al ser humano. Hay que conservar la vida y requisito imprescindible para ello es saber medir la salud, pero ¿qué significa medir la salud? Según la Organización Mundial de la Salud, se trata de establecer el nivel de salud y de bienestar de una población detectando la presencia y causas de las enfermedades y muertes, así como su expectativa de vida. La epidemiología es el procedimiento utilizado para ello por investigadores y médicos.

Epidemiología y medicina aparecen relacionadas desde sus orígenes. Ya Hipócrates analizaba conjuntamente causas de enfermedades con factores personales y ambientales. Sin embargo, hasta mediados del siglo XVII no se cuantificaron los patrones de nacimientos y muertes ni se analizó la distribución de enfermedades en poblaciones con unas determinadas características. Fue un comerciante en tejidos, Graunt, el primero en hacerlo. Hay ejemplos de gran relevancia que ponen de manifiesto la potencia y eficacia de los métodos epistemiológicos. Entre ellos cabe destacar los estudios de J.Snow en la epidemia de cólera en Londres entre 1848 y 1849, las pruebas de asociación entre el hábito de fumar y el cáncer de pulmón desarrolladas por Doll y Peto y ensayos clínicos de campo como el de la vacuna de la poliomielitis que incluyó en torno a un millón de niños en edad escolar y que estableció, sin dejar lugar a dudas que la vacuna era segura y eficaz. En nuestros días, la epidemiología es un instrumento fundamental en investigación biomédica y salud pública, así como en la evaluación de los servicios sanitarios.

Podremos trabajar una serie de actividades matemáticas relacionadas con este tema con las que se pretendería:

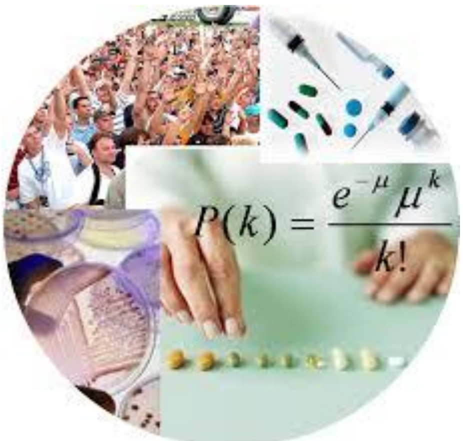
- Afianzar conocimientos previos referentes a contenidos de Estadística Descriptiva y Probabilidad.
- Introducir terminología básica y procedimientos propios del trabajo en epidemiología.
- Aprender nuevos contenidos referentes a Estadística Descriptiva, Inferencial y Probabilidad.
- Aprender a través de la experimentación y del descubrimiento.
- Aplicar los conocimientos a situaciones prácticas reales.
- Aprender a utilizar software para tratamiento estadístico que los ponga en contacto con técnicas estadísticas actuales y permita comprender y profundizar más en los contenidos desarrollados.

El desarrollo histórico de los procesos con los que se trabajarán estas actividades debe formar parte de la propia actividad. Que el alumnado conozca la evolución histórica les ayudará a percibir la ciencia como algo vivo, que tuvo que atravesar gran número de dificultades hasta llegar a la situación actual. Las actividades en contexto reales son otra herramienta a utilizar.

Uno de los aspectos del enfoque epidemiológico es la observación de una serie de hechos en la población. Estos hechos son, entre otros, la presencia de enfermedades y la exposición a determinados factores. Actuando sobre estos factores se puede modificar positivamente la realidad observada. Después de la recogida de datos, es fundamental ordenar, clasificar y agrupar la información.

Las actividades que se plantearían suelen venir en un soporte visual original y atractivo, ya que las actividades giran en torno a situaciones reales, sacadas de estudios propiciados por diferentes Universidades o noticias obtenidas de revistas científicas o revistas de divulgación científica. Normalmente dichos estudios vienen apoyados por tablas, gráficos, mapas, mapas de distribución, etc. Todo ello hace que las actividades tengan una componente diferenciadora.

Los temas a tratar provienen de la vida cotidiana: estudios sobre enfermedades en una determinada población, estudios en un grupo específico de personas (estudios genéticos en una sola familia), estudios referentes a tasas de población y mortalidad, etc. También estas circunstancias acercan los problemas a la realidad del alumnado.




Una parte específica de la epidemiología sería la epidemiología espacial, representa un importante recurso para estudiar, entre otras cosas, la existencia de puntos geográficos relacionados con una determinada enfermedad. Cabe destacar entre las diferentes técnicas existentes el estudio de procesos puntuales, que son apropiadas cuando se sospecha que el riesgo aumenta cerca de la fuente.

Las actividades trabajadas en el ámbito de la epidemiología muestran cómo es posible introducir numerosos conceptos de Probabilidad y Estadística utilizando ejemplos muy prácticos sacados del campo de la Epidemiología.

Un ejemplo práctico y muy actual sería hacer estudios epidemiológicos sobre los casos de Ébola aparecidos en el último brote en África, dichos casos aparecen constantemente en las noticias por ser una enfermedad hasta ahora bastante desconocida, sin curación en todos los casos, de rápida propagación en zonas muy específicas y cuyos estudios epidemiológicos aportarían características importantes para procurar su curación total.

## ACTIVIDADES

1. *¿Qué conoces de la ciencia epidemiológica?*
2. *¿Qué habría que estudiar para convertirse en un buen epidemiólogo/a?*
3. *¿Crees en la utilidad de esta ciencia?*
4. *¿Ves clara la relación entre las estadísticas y los estudios epidemiológicos?*
5. *¿Qué conocimientos tienes sobre la enfermedad del Ébola?*

# MEDALLAS FIELDS

Los premios Nobel fueron fundados por Alfred Nobel (Estocolmo 1833, San Remo 1896), al redactar su testamento en 1895. Originariamente eran cinco (Física, Química, Fisiología y Medicina, Literatura y Paz), y fueron entregados por primer vez en 1901; posteriormente, en 1968, el Banco Central de Suecia creó el de Ciencias Económicas en memoria de Nobel (siendo entregado por primera vez en 1969). Los premios de Física y Química son concedidos por la Academia Sueca de las Ciencias, el de Medicina y Fisiología, por el instituto Karolinska de Estocolmo, el de Literatura, por la Academia Sueca, el de la Paz por una comisión de cinco miembros elegidos por el Storting noruego y el de Economía por el Banco Central de Suecia, pero, ¿Qué pasa con el galardón para las Matemáticas? Entre matemáticos, se dice que la esposa del honorable Alfred Nobel, le engañó con un matemático de la época, Mittag-Leffler. Según se dice, la venganza fue dejar escrito en su testamento que nunca se creara una asignación de premio Nobel de Matemáticas, pero esta historia es insostenible, entre otras cosas porque en dicho testamento no figura ninguna referencia a las Matemáticas, aunque esto sea un hecho de por sí un tanto extraño. Además, dicho engaño resulta imposible ya que Alfred Nobel nunca se casó.

Lo que sí es cierto, es que en la fecha en que Nobel escribió su testamento, ya existía un importante premio para matemáticos, el Premio Escandinavo de Matemáticas, que concedía el Rey, y Nobel, buen súbdito, no quiso entrar en competición con su monarca. Por otro lado, también cabe pensar, que muchas otras ramas de la sabiduría humana tampoco fueron incluidas en los premios Nobel, lo que nos lleva a preguntarnos ¿Por qué las matemáticas tendrían que haber estado en su asignación? Quizás a Alfred Nobel no le pareció oportuno crear ese galardón, y por ello los matemáticos como tal, nunca han obtenido un premio Nobel por su labor en el universo delas matemáticas, lo cual no quiere decir que ningún matemático haya sido galardonado con un premio Nobel, si bien en otra de las variedades existentes.

Más de una treintena de matemáticos han obtenido el Nobel, basándose en sus trabajos matemáticos, pero implicándolos finalmente en disciplinas como Economía, Física o Química. Entre ellos podemos nombrar a Schrödinger, Bohr y Lorentz.

Ahora bien, ya que los matemáticos nunca han optado a premio Nobel por su labor en su disciplina, al igual que el resto de pensadores que no optan al premio Nobel, crearon sus propios premios. Los más conocidos son las Medallas Fields. Este premio siempre se ha considerado el premio Nobel de Matemáticas, ya que ambos galardones sirven como reconocimiento a la labor científica de calidad excepcional a nivel internacional.

Las medallas Fields se entregan cada cuatro años con ocasión de los "*International Congress of Mathematicians*" (ICM) y reconocen los logros matemáticos más sobresalientes de ese periodo, los últimos cuatro años.

El *Fields Medal Committee* es elegido por el *Executive Committee* de la *International Mathematical Union* y es presidido por el propio presidente de IMU.
Los candidatos deben ser menores de 40 años (a 1 de enero del año del congreso).
Las medallas Fields se pusieron en marcha en el *International Congress of Mathematicians* de Toronto en 1924. El profesor J.C. Fields, matemático canadiense que fue Secretario de ese ICM, donó los fondos necesarios. A él, precisamente, debe su nombre.

Durante la apertura del último Congreso Internacional de Matemáticas (ICM), que congregó en Seúl (Corea) del 13 al 21 del pasado agosto a 5.000 matemáticos de todo el mundo, se anunciaron los cuatro ganadores de la medalla Fields 2014, entre los que figuraba por primera vez en la historia una mujer. La matemática iraní Maryam Mirzakhani, profesora en la Universidad de Stanford (EE UU), se convirtió en la primera mujer que recibe la medalla Fields, considerada el Nobel de las matemáticas, "por sus avances sobresalientes en las superficies de Riemann y sus espacios modulares". Compartió el galardón con otros tres investigadores, entre ellos el primer latinoamericano que lo obtenía, el franco brasileño Artur Ávila.

**Detalles de la medalla**

***Anverso***

Contiene un perfil de Arquímedes. Además, aparece: (1)
El nombre de Arquímedes en griego, en mayúsculas.
(2) El monograma del artista y la fecha: RTM, MCNXXXIII. El autor de la medalla es el escultor canadiense R(obert) T(ait) M(cKenzie). La fecha correcta debería ser MCMXXXIII, o sea, 1933. La segunda M se sustituyó por una N.
(3) La inscripción TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI, que significa: Trascender el espíritu y domeñar el mundo.

***Reverso***

La inscripción dice: CONGREGAT EX TOTO ORB MATHEMATICI OB SCRIPTA INSIGNIA TRIBUERE, o sea, “*Los matemáticos congregados de todo el mundo ofrecen esta medalla por sus sobresalientes trabajos*”.
En el fondo, se representa la esfera de Arquímedes inscrita en un cilindro.

## ACTIVIDADES

1. *¿Conoces algún científico o escritor que haya recibido el Premio Nobel?*
2. *¿Cuáles son las disciplinas en las que se entregan premios nobel?*
3. *¿Sabes en qué se basó el trabajo de Alfred Nobel?*
4. *¿Consideras que este tipo de premios puede incentivar la investigación?*
5. *¿Por qué es tan importante que se haya concedido por primera vez la Medalla Fields a una mujer?*

# MATEMÁTICAS EN EL CINE Y LA TELEVISIÓN

En su intento de comprender el mundo, todas las civilizaciones han creado y desarrollado herramientas matemáticas, como por ejemplo, el cálculo, la medida y el estudio de relaciones entre formas y cantidades, que han servido a los científicos de todas las épocas para generar modelos de la realidad.

Se puede afirmar, pues, que las matemáticas, tanto histórica como socialmente, forman parte de nuestra cultura y los individuos deben ser capaces de apreciarlas, valorarlas y utilizarlas. El dominio del espacio y del tiempo, la organización y optimización de recursos, formas y proporciones, la capacidad de previsión y control de la incertidumbre o el manejo de la tecnología digital, son sólo algunos ejemplos, que refuerzan esta apreciación. Cada vez más, en la sociedad actual las personas necesitan, en los distintos ámbitos profesionales, un dominio mayor de ideas y de destrezas matemáticas que las que precisaban hace solo unos años.

Las nuevas tecnologías están cada vez más al alcance de sectores más amplios de la sociedad. Prácticamente la totalidad de los hogares cuentan con la televisión como principal medio de comunicación audiovisual. Así mismo, más de la mitad de los jóvenes de 12 a 16 años utilizan diariamente el ordenador. Esta situación permite afirmar que la mayoría de los conocimientos previos de nuestros estudiantes les llegan a través de estos medios de comunicación: la televisión e Internet.

La información que se recibe en el aula está condicionada, de alguna manera, por estos aprendizajes extraescolares, que en muchos casos pueden llegar a perturbar el aprendizaje. Por ejemplo, no es difícil encontrar escenas en películas o series televisivas que hacen uso incorrecto de nociones y conceptos matemáticos como por ejemplo porcentajes, estadísticas, probabilidades y otros.

Hoy por hoy vivimos en un mundo dominado por la cultura audiovisual y nuestro alumnado no es ajeno a él. Se debe tratar de formar al alumnado en el ámbito del lenguaje audiovisual y capacitarlo para analizar críticamente los mensajes que les llegan a través de los medios de comunicación. Todo esto comporta iniciar un proceso y una actitud adecuada para introducir las nuevas tecnologías audiovisuales en nuestras aulas y en nuestra práctica diaria.

Dentro del ámbito de las nuevas tecnologías multimedia descritas, el cine, a través de sus múltiples soportes y canales, es, sin duda alguna, una poderosa herramienta muy cautivadora. Su uso no es ninguna novedad, muchas disciplinas lo han utilizado para divulgar sus contenidos. Nadie discute la facilidad con la que permite motivar, gracias al gran poder de atracción, e incluso, seducción, que tiene la gran pantalla, sin olvida la posibilidad de atender a la gran diversidad de público.

Estos atributos o cualidades: *llegar*, es decir: transmitir, *formar* y *motivar*, son objetivos que se intentarán llevar al aula. Y si, además el cine nos permite acercarnos a conocimientos sin prácticamente darnos cuenta, ¿por qué no utilizar el cine para introducir distintos contenidos del currículo en la experiencia educativa?

En un primer momento puede parecer que cine y matemáticas no sean dos disciplinas muy afines y sin embargo, el cine utiliza las matemáticas con mucha frecuencia y de forma muy variada, de ahí la existencia de talleres en los que se visionan películas y se estudian sus contenidos matemáticos.


Una de las series míticas de todos los tiempos, “Los Simpson”, tratan en muchos de sus capítulos cuestiones matemáticas. En los diferentes capítulos de esta serie, se pueden tratar conceptos tan dispares como proporcionalidad, sistemas de medidas, fracciones, porcentajes, gráficas. Los guionistas de “Los Simpson”, son unos reconocidos conocedores de ciencias como la matemática, la física o la programación informática.

Otra serie norteamericana en la que el estudio de las propiedades matemáticas es esencial es “Numb3rs”. La serie trata de un agente del FBI, cuyo hermano es un brillante genio profesor de matemáticas y que le ayudará con todos sus conocimientos en la resolución de los casos que se les plantean.

Una de las películas con mejores contenidos matemáticos en “Cube”, cinta canadiense de 1997 del género ciencia ficción, del llamado cine independiente. Su argumento gira en torno a las relaciones que se establecen entre seis personas: un policía, un ingeniero, un ladrón profesional, una médico, un autista y una brillante matemática. Todas ellas son desconocidas entre sí, pero despiertan un día y se encuentra atrapadas en un extraño y surrealista laberinto formado por habitaciones cúbicas cuyas paredes están llenas de trampas mortales. Los protagonistas para encontrar una salida, necesitarán trabajar en equipo y resolver una serie de operaciones matemáticas relacionadas con los números primos y la factorización.

En el particular cine del director norteamericano Woody Allen, se encuentra la película “Granujas de medio pelo” (*Small time crooks*), de 2000, comedia americana en la que aparece una divertida parodia matemática, que supone un buen guiño para estudiar las propiedades de las fracciones, en ella los protagonistas intentan, sin mucho éxito, repartirse convenientemente el botín.

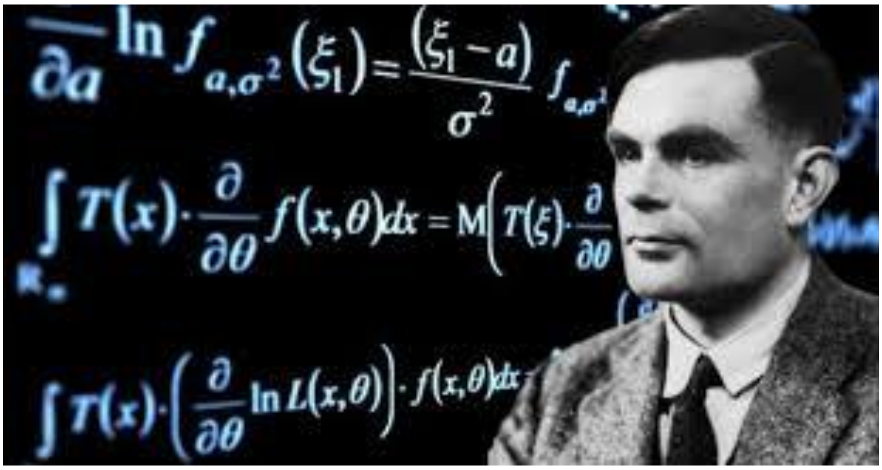
## ACTIVIDADES

1. *¿Has visto alguna película o serie que te haya ayudado a entender conceptos que estudias en tus materias?*
2. *¿Sería más fácil para el alumnado asimilar estos conceptos en esos casos?*
3. *En particular, ¿Has visto alguna de las películas o series descritas antes?*
4. *¿Te gustaría conocer más sobre estos temas relacionados con las películas matemáticas o científicas?*
5. *Inventa un diálogo matemático que pudiese ser usado en una película.*

# VIDA Y LEGADO DE ALAN TURING

Alan Turing, nacido en Londres en 1912, muerto en Cheshire en 1954, fue un matemático, lógico, científico de la computación, criptólogo y filósofo británico. Fue un genio que convirtió en oro todo lo que tocó, desde la matemática pura hasta la biología del desarrollo, la lógica y la filosofía, el descifrado de las claves secretas de los submarinos nazis y la fundación de las modernas ciencias de la computación y de la inteligencia artificial.

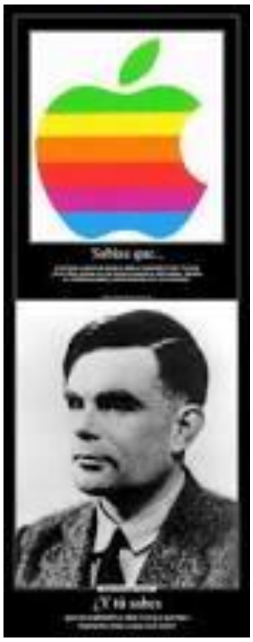
Tenía 24 años cuando publicó un trabajo esencial para la lógica y las ciencias de la computación, donde frustró, en paralelo con el lógico Kurt Gödel, el sueño de un sistema formal que pudiera generar todos los teoremas matemáticos de una manera automática o algorítmica. Para construir su demostración, inventó lo que ahora se denomina la máquina de Turing universal, una especie de ordenador abstracto que, matemáticamente, equivale a cualquier otro ordenador concebible. Por aquellos años estaba empezando la guerra civil española. Unos años después, al poco de estallar la Segunda Guerra Mundial, el joven genio matemático diseñó una máquina descifradora que dejó con las vergüenzas al aire la práctica totalidad de las comunicaciones de radio codificadas del ejército alemán, a un ritmo de 80.000 mensajes descifrados al mes hasta el fin de la guerra.



Turing jugó un papel decisivo en el equipo de matemáticos que de forma oculta trabajaron en *Blechtley Park*, durante la guerra, y que consiguieron descifrar los mensajes codificados que los mandos del ejército nazi se intercambiaban mediante las sofisticadas máquinas de cifrar *Enigma*. Algunos historiadores estiman que la intercepción y el descifrado de estos mensajes acortó la guerra en al menos un par de años, evitando decenas o incluso cientos de miles de víctimas. Decir que Turing derrotó a los nazis sería exagerado, pero que ayudó a ello no se puede ignorar.

Su contribución a la creación del mundo actual no se quedó ahí, porque al terminar la guerra diseñó el primer computador digital electrónico con programa almacenado y de uso general, el ACE (*automated computing engine),* o la primera de las máquinas que hoy llamamos ordenadores. Tal vez no resulte sorprendente que fuera también Turing el gran impulsor de la teoría computacional del cerebro, que ve la mente humana como un gran ordenador digital, y uno de los grandes pioneros de la inteligencia artificial. Los especialistas en esa disciplina siguen hablando hoy del test de Turing para saber si una máquina ha alcanzado la inteligencia. Un robot habrá superado ese test cuando logre hacer creer a un humano que está hablando con otro humano por correo electrónico.

El test de Turing es un desafío: a través de una conversación no presencial, tipo chat actual, una persona no avisada debe determinar si está hablando con otra o con una máquina. Si la persona no es capaz de determinar si con quien se comunica es humano o máquina, se considerará que la máquina ha alcanzado un nivel aceptable de inteligencia. No hay nada humano, incluido el pensamiento, que no pueda ser reproducido por una máquina inteligente, ya que, según afirmaba Turing, toda función computable por la naturaleza humana es computable por una máquina. El test de Turing era el procedimiento para identificar la existencia de inteligencia en una máquina y daba respuesta acerca de la capacidad de las máquinas para resolver problemas con mayor eficacia y rapidez que el cerebro humano. La complejidad, los nuevos lenguajes de la máquina, los conceptos de algoritmo y programa, las funciones de memoria y la noción de inteligencia artificial subyacen en la adelantada visión de Alan Turing.




El Gobierno británico se ha visto obligado en años recientes a disculparse oficialmente por una de las actitudes más deplorable que cabe imaginar. Porque en marzo de 1952 hizo que Turing fuera procesado por homosexualidad, que, en efecto, era delito en esa época. Y ello a pesar de que le había distinguido con la Orden del Imperio Británico por su gran contribución al resultado de la segunda Guerra mundial, y de que solo una año antes había sido elegido miembro de la Royal Society, una de las joyas de la corona británica. Le condenaron a un año de terapia hormonal, le declararon un riesgo para la seguridad nacional y le prohibieron el acceso a las investigaciones públicas con los mismos ordenadores que él había ayudado a diseñar y crear. Cuando poco después apareció muerto en su habitación, envenenado con cianuro, el veredicto fue suicidio. Es posible que lo fuera.

Alan Turing falleció el 7 de junio de 1954. Al día siguiente su asistenta encontró su cuerpo acostado sobre la cama. Sobre la mesilla de noche había una manzana a la que le faltaba un bocado, ¿podría este símbolo haber dado lugar al famoso logotipo de la compañía Apple? Quizás fuese un homenaje al padre de la computación actual.

## ACTIVIDADES

1. *¿Conoces lo que es la criptología?*
2. *¿Has oído hablar de la máquina Enigma?*
3. *¿Conoces algo sobre la inteligencia artificial?*
4. *¿Piensas que los ordenadores podrán llegar a ser más inteligentes que el ser humano?*
5. *¿Piensas que el logotipo de Apple podría homenajear a Turing? ¿Podrías inventar otro logo?*

# MUSYMÁTICAS

De las relaciones entre las Matemáticas y la Música, se han escrito muchos y buenos estudios y se han realizado un gran número de seminarios, es un tema que ya interesaba a los matemáticos a lo largo de la historia y un tema muy en boga en los últimos años.

Ya Leonhard Euler (1707 – 1783), brillante físico y matemático se interesó por estudios relacionados con la música. A él se deben brillantes aportaciones sobre la conveniencia de usar el número 7 en la música. En 1726 Euler finalizó su doctorado con una tesis sobre la propagación del sonido en la que ya podían vislumbrarse las inquietudes del autor por la música, entendida como una parte de la acústica. Sin embargo, pronto se ocupó directamente de la música como un fenómeno con entidad propia y en 1731, a la edad de veinticuatro años, ya había escrito uno de los tratados músico-matemático más importante de la historia. Su objetivo era encontrar una regla general con la que expresar el orden oculto de los distintos grados de consonancia, de la armonía y de la música en general.


Entre la extensísima producción de Euler, al menos siete de sus artículos y dos libros están relacionados directamente con la música, pero siempre se consideraron demasiado matemáticos para los músicos y no tuvieron la repercusión esperada entre los artistas de su época. De hecho, en ocasiones se le ha visto desde la música como poco preocupado por los fenómenos acústicos y las preferencias del oído, interesado únicamente por el aspecto matemático de la definición de las escalas. Sin embargo, esta sensación desaparece cuando se analiza la innegable influencia de sus aportaciones entre los teóricos del siglo XVIII.

Euler vivió una época de plena efervescencia científica y artística. Como buen ilustrado, estaba convencido de que todo placer musical viene de la percepción de la perfección que deriva del orden; donde no hay orden no hay perfección. Para él, lo interesante de la música es que las estructuras no se conocen a priori, sino que debemos llegar hasta ellas a través del estudio de sus partes, como podemos conocer el término general de una progresión cuando conocemos alguno de sus términos.


Si a la capacidad científica de Euler, le añadimos el haber compartido época con Leibniz, Newton, los Bernouilli o D`Alembert, entendemos mejor el interés de Leonhard por dar una explicación a la revolución musical que Saveur, Bach o Rameau estaban llevando a cabo. Surgen así trabajo suyos en los que el autor se ve en la necesidad de hacer un análisis del panorama musical y científico que le rodeaba. Por un lado, algunos teóricos se aferraban a principios históricos que clasificaban de forma rígida las consonancias, las disonancias o las reglas de la armonía y por otro lado, tanto la ciencia como la práctica musical invitaban a transgredir estos principios.

Hasta el siglo XVIII, las afinaciones que se usaban normalmente en los estudios teóricos eran la

Pitagórica y la Justa Entonación. En estos sistemas de afinación las notas se generan con potencias y cocientes de los números 2 y 3 o de los números 2, 3 y 5. Si consideramos una nota fija, por ejemplo el Do de frecuencia f = 264 Hz, para obtener el resto de notas, hay que multiplicar por una tabla de fracciones.

De las aportaciones de Euler a la música, la que más repercusiones y controversias ha tenido ha sido su cálculo de las consonancias. Aunque nunca es fácil establecer una definición unánime e inmutable de sonidos consonantes, podemos aceptar la que el propio Leonhard Euler dio *"Cuanto más simple sea la proporción entre las frecuencias, o expresada con menores números, más distantemente se presenta el entendimiento y presenta un mayor sentimientos de placer"*. Hay que reconocer que, a primera vista, puede resultar paradójica la forma de explicar el concepto de consonancia. En esencia, lo que quería decir es que cuando una proporción precisa de pocos razonamientos, cuanto más rápidamente se perciba, mayor será el placer que proporciona, y que esto sucede cuando los números son pequeños.

Independientemente de los estudios de Euler y otros matemáticos históricos que aportaron gran calidad y claridad a los conceptos musicales, las matemáticas se relaciona de una forma muy acorde con la música. Y no solamente es la música la que va de la mano con las matemáticas, esta relación también se produce y es muy fructífera entre las matemáticas y la danza y el baile. Cuando alguien ajeno al mundo de las matemáticas pregunta acerca de la relación de éstas con el baile, una respuesta bastante habitual es que se trata de una ejecución estética de figuras geométricas, de trayectorias, etc. Esta relación no siempre deja satisfecho al interlocutor, sobre todo si se parte de la creencia, mucho más extendida de lo que nos gustaría, de que las matemáticas y la estética o la diversión no se llevan demasiado bien.

Actualmente y auspiciada por el apoyo de varias universidades españolas y sudamericanas se ha creado la *Plataforma ConCIENCIA Musical*, una plataforma que surge de la voluntad de aunar ideas y experiencias de la música, la danza, las matemáticas y cualquier disciplina que aportarse algo a un lugar común entre la ciencia y el arte. Los temas que se empezaron a debatir tras su creación fueron muchos: la relación entre matemáticas, teatro y danza; la relación entre el Swing, el Lindy Hop y las matemáticas; las matemáticas como una de las bellas artes; la actualidad musical cubana; el espacio común entre ingeniería, matemáticas y flamenco; la formación científica de los músicos; la música como elemento innovador de la docencia y la cultura. Parecen temas muy diversos, pero todos tenían en común dos ideas básicas: la relación ciencia-arte y no alejarse del público en general sin renunciar al rigor.

## ACTIVIDADES

1. *¿Crees realmente en la relación que hay entre la Música y las Matemáticas?*
2. *¿Piensas que puede haber relación entre las Matemáticas y la danza o el ballet?*
3. *¿Crees que hay Música en todas las actividades que hacemos?*
4. *¿Y hay Matemáticas en tu vida cotidiana?*
5. *¿Qué tipo de música oirías mientras haces ejercicios de matemáticas?*

# DIVULGAMAT

*Divulgamat*, es una página web (divulgamat.net), que se dedica a la divulgación de las Matemáticas, si entendemos divulgar como transmitir conocimientos científicos usando actividades o informaciones que hagan accesibles dicho conocimiento a la sociedad y a todas las personas interesadas en entender estos conocimientos. El portal *Divulgamat*, actualmente instalado en la página web de la Real Sociedad Matemática Española, tiene como finalidad transmitir conocimientos matemáticos a personas cuyos conocimientos en esta ciencia no sean importantes.

La idea de *Divulgamat* surge de un grupo de profesores preocupados por la docencia de esta ciencia, en principio se organiza un grupo pequeño, con gente de diversas procedencias, de diferentes áreas, relacionados con distintas sociedades de conocimientos, un grupo que tenía una perspectiva global.

Internet se estaba convirtiendo en el futuro con ventajas muy buenas, como por ejemplo que se puedan promover cosas muy variadas, con diferentes niveles y que puedan llegar a todo el mundo. Internet aportaba además la accesibilidad y la ubicuidad. Facilitaba así mismo una idea muy importante, que siempre se comparte desde *Divulgamat*, que la cultura debe ser popular y en cierta forma gratis. Gratis quiere decir que una persona pueda acceder al material que se ofrece en *Divulgamat* sin tener que pagar nada, porque para eso se hace. Pero gratis no quiere decir otras cosas que todo el mundo entiende.

Echó a andar el año 2003 y se publicó en 2004, al comienzo de su creación hubo disensiones entre los miembros creadores, algunos abogaban porque fuera una página personal, otros la concebían con un matiz más universal.

Desde el principio se tuvo claro que la página debía incluir unan base de libros amplias, desde la que se pudieran hacer búsquedas ambiciosas, a ser posible, los libros debían estar con reseñas y para ello se valieron de revistas de divulgación científica y matemática.

Al principio la financiación fue buena, en 2004 la divulgación científica era un tema prioritario para las autoridades españoles. Desde la FECYT (Fundación Española para la Ciencia y la Tecnología) y a veces desde el Ministerio, aparecían convocatorias para proyectos que promovieron la divulgación. De esta forma al principio se recibió una apoyo enorme; también es cierto que la propuesta realizada fue muy bien planteada, no centrada exclusivamente en la página web, sino cubriendo un amplio abanico de acciones divulgativas. Esto fue reconocido y recompensado. No solamente se hizo una buena página, sino que también se pudo publicar libros, organizar ciclos de conferencias en diferentes lugares de España, etc.

La situación se volvió insostenible cuando de repente el Ministerio de Educación dejó de subvencionar la página. Desde *Divulgamat* siempre se había querido que la financiación fuera pública, por lo que no se buscó financiación privada, aunque dicho sea de paso, las empresas nunca ponen exigencias que limiten. Pero se seguía querer manteniendo el carácter público de lo ya elaborado. Después de muchas peleas burocráticas, se consiguió que el ICO (Instituto de Crédito Oficial) y más tarde el CSIC (Consejo Superior de Investigaciones Científicas), proporcionasen financiación. En el momento actual de crisis económica la página sobrevive gracias al grupo de personas implicadas que hay detrás y a la imaginación de un montón de matemáticos.

Uno de los puntos fuertes de *Divulgamat*, es que siempre ha contado con la colaboración importante de un montón de gente, fundamentalmente de España, pero también de Latinoamérica. En la actualidad existen más de un centenar de colaboradores.

La página alberga muchas y muy buenas colaboraciones, y en algunos casos buenas traducciones de artículos publicados en revistas extranjeras, al principio había una tendencia excesiva a la traducción, esto en general, también sucedía en las editoriales. Se buscaban libros extranjeros para traducirlos. La filosofía era: Busquemos cosas buenas de fuera y traduzcámoslas. Desde el principio los creadores de *Divulgamat* tuvieron muy claro que en España había gente con cosas muy importantes que contar y ellos serían los que elaborarían el trabajo; esto se consiguió pidiéndole a la gente que trabajaba en cosas originales que las publicase en la página y las compartiese.

La página tiene diferentes secciones:

-**Menú principal**
-**Información**
-**Novedades**
-**Texto literario del mes**

Donde se presentan reseñas de novelas en las que aparecen situaciones relacionadas con las matemáticas.

-**Imagen del mes**

Donde se muestran imágenes relacionadas de la misma forma con las matemáticas: fotografías, grabados, dibujos, chistes, etc.

## ACTIVIDADES

1. *¿Conoces páginas en Internet que te puedan servir para aprender en tus clases?*
2. *¿Alguna vez visitas páginas de divulgación científica?*
3. *¿Crees que el uso de páginas web para recopilar información puede enriquecer tu proceso de aprendizaje?*
4. *¿Te gusta leer novelas con argumentos matemáticos?*
5. *¿Dichas novelas podrían ayudar para entender mejor las Matemáticas?*

# LOS NÚMEROS IRRACIONALES. LA ESCUELA PITAGÓRICA

Dentro de las matemáticas existen diversas familias de números. Los primeros que llegaron a la conciencia humana fueron los **números naturales**, 1, 2, 3, 4, ... Hay muchos otros, enteros, decimales, fracciones, etc.

Tenemos cuatro operaciones aritméticas básicas: suma, resta multiplicación y división. Si sumamos dos números naturales obtenemos como resultado otro número natural, al igual que cuando multiplicamos dos naturales. No ocurre lo mismo con la resta y la división. 5 – 8 no es un número natural, como tampoco lo es 7/2. En el primer caso ese tipo de restas “dan lugar” a una nueva familia de números, los **enteros**, 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ... En el segundo caso obtenemos fracciones y algunos decimales, también llamados **números racionales.** Pero existen más números, y los podemos encontrar en procesos matemáticos sencillos como en la aplicación del teorema de Pitágoras.

Fue uno de los discípulos de Pitágoras, probablemente Hipaso de Metaponto, quien hace aproximadamente 2500 años encontró por primera vez este tipo de números estudiando las propiedades del pentágono regular. Entonces se les llamó *inconmensurables* y actualmente se denominan **números irracionales**.

Pitágoras fue más bien una especie de profeta y de místico nacido en Samos, una isla del Mar Egeo hace unos 2600 años, en el siglo VI a. C. Viajó a Egipto y Babilonia, y posiblemente a India; durante estas largas peregrinaciones debió asimilar no sólo conocimientos matemáticos y astronómicos, sino también mucho bagaje religioso. Dicho sea de paso, Pitágoras fue casi exactamente contemporáneo de Buda o Confucio, de manera que su siglo constituyó una época crítica en el desarrollo de la religión tanto como en el de las matemáticas. A su regreso al mundo griego se estableció en Crotona en la costa sudeste de lo que hoy es Italia, pero que en aquella época era conocida como la Magna Grecia; allí fundó una sociedad religiosa con bases matemáticas y filosóficas.

El hecho de que Pitágoras haya quedado para nosotros como una figura tan oscura es debido en parte a la pérdida de documentos de la época, porque se sabe que en la antigüedad se escribieron varias biografías de Pitágoras, incluida una por Aristóteles, pero todas ellas se han perdido. Otra dificultad para identificar claramente la figura de Pitágoras radica en el hecho de que la orden fundada por él era de tipo comunal y secreto; tanto los conocimientos como las propiedades eran mantenidos en régimen de comunidad, y por lo tanto no se podía atribuir un descubrimiento a un miembro concreto de la escuela. Lo mejor es, pues, no hablar de la obra de Pitágoras, sino más bien de las contribuciones de los pitagóricos, aunque en la antigüedad se solían atribuir todas ellas al maestro.

La escuela de pensamiento pitagórica era conservadora desde el punto de vista político, y se regía por un código de conducta muy estricto. A los miembros de la secta se les ponía un severo régimen vegetariano, al parecer debido a que el pitagorismo aceptaba la doctrina de la metempsícosis o de la transmigración de las almas, con el resultado de que no debería ser sacrificado ningún animal ante el temor que pudiera ser la nueva morada de un amigo muerto; entre otros tabús de la escuela estaba la prohibición de comer judías (o, quizá más exactamente, lentejas). Probablemente la característica más sorprendente de la orden pitagórica era la confianza que mostraba en los estudios filosóficos y matemáticos como base moral para la adecuada dirección de la vida. Las palabras mismas *filosofía*, "amor por la sabiduría", y *matemática*, "aquello que se aprende", se suponen acuñadas por Pitágoras para describir sus actividades intelectuales.

La filosofía pitagórica se basaba en la afirmación de que los números enteros y sus relaciones eran la causa de las distintas cualidades de los elementos del universo. **"Todo es número"**, era el lema de la escuela pitagórica. Su doctrina proclamaba que la elevación del alma y su unión con dios se conseguirían por medio de las matemáticas y que dios había ordenado el universo gracias a los números. La aritmética, la geometría, la música y la astronomía constituían la base del programa de formación de un futuro discípulo de Pitágoras.

Al cabo del tiempo, la influencia y las tendencias aristocráticas de la secta se hicieron tan fuertes que el poder democrático de la Magna Grecia decidió asestar un gran golpe a los pitagóricos destruyendo los edificios en los que se encontraba la escuela, asegurándose además de que la sociedad se dispersara definitivamente.

Según algunas crónicas, Pitágoras se exilió a Metaponto, donde murió a una edad avanzada. La secta, a pesar de la dispersión forzosa, continuó durante más de dos siglos sus trabajos.

Con los pitagóricos las matemáticas se relacionaron, por primera vez, más con el puro amor por la sabiduría que con las exigencias de la vida práctica, y esa tendencia ha permanecido viva desde entonces hasta nuestros días.


## ACTIVIDADES

1. *Enuncia el Teorema de Pitágoras.*
2. *Clasifica los siguientes números : 2 ,* $\sqrt{3}$ *,* $\frac{3}{4}$ *, -5 ,* $\frac{\pi}{2}$
3. *Localiza en un mapa las ciudades y países, actuales y de la Antigüedad, que se citan en el texto.*
4. *¿Cuáles eran las principales normas que tenían los miembros de la Escuela Pitagórica?*
5. *Explica la frase "Todo es número". ¿Estás de acuerdo con esta afirmación?*

# LA SUCESIÓN DE FIBONACCI

**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144....**

A finales del siglo XII, la república de Pisa es una gran potencia comercial, con delegaciones en todo el norte de Africa. En una de estas delegaciones, en la ciudad argelina de Bugía, uno de los hijos de Bonaccio, el responsable de la oficina de aduanas en la ciudad, Leonardo, es educado por un tutor árabe en los secretos del cálculo posicional hindú y tiene su primer contacto con lo que acabaría convirtiéndose, gracias a él, en uno de los más magníficos regalos del mundo árabe a la cultura occidental: nuestro actual sistema de numeración posicional.

Leonardo de Pisa, Fibonacci, nombre con el que pasará a la Historia, aprovechó sus viajes comerciales por todo el mediterráneo, Egipto, Siria, Sicilia, Grecia..., para entablar contacto y discutir con los matemáticos más notables de la época y para descubrir y estudiar a fondo los Elementos de Euclides, que tomará como modelo de estilo y de rigor.

De su deseo de poner en orden todo cuánto había aprendido de aritmética y álgebra, y de brindar a sus colegas comerciantes un potente sistema de cálculo, cuyas ventajas él había ya experimentado, nace, en 1202, el *Liber abaci*, la primera summa matemática de la Edad Media.

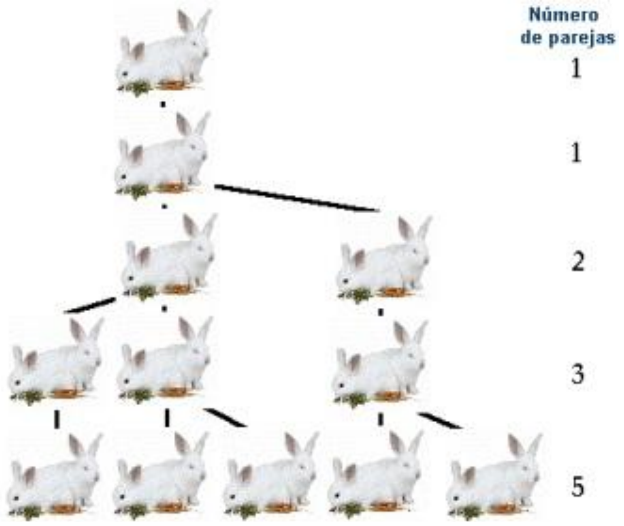
En él aparecen por primera vez en Occidente, las nueve cifras hindúes y el signo del cero. Leonardo de Pisa brinda en su obra reglas claras para realizar operaciones con estas cifras tanto con números enteros como con fracciones, pero también proporciona la regla de tres simple y compuesta, normas para calcular la raíz cuadrada de un número, así como instrucciones para resolver ecuaciones de primer grado y algunas de segundo grado.

Pero Fibonacci es más conocido entre los matemáticos por una curiosa sucesión de números:

1; 1; 2; 3, 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89....

que colocó en el margen de su Liber abaci junto al conocido "problema de los conejos" que más que un problema parece un acertijo de matemáticas recreativas. El problema en lenguaje actual diría:

*"Una pareja de conejos tarda un mes en alcanzar la edad fértil, a partir de ese momento cada vez engendra una pareja de conejos, que a su vez, tras ser fértiles engendrarán cada mes una pareja de conejos. ¿Cuántos conejos habrá al cabo de un determinado número de meses?."*




En este gráfico vemos que el número de parejas a lo largo de los meses coincide con los términos de la sucesión.

Veamos con detalle estos números. 1; 1; 2; 3, 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89, 144....

Es fácil ver que cada término es la suma de los dos anteriores. Pero existe entre ellos otra relación curiosa, el cociente entre cada término y el anterior se va acercando cada vez más a un número muy especial, ya conocido por los griegos y aplicado en sus esculturas y sus templos: el número áureo:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618039....$$

Pero los números de la sucesión de Fibonacci van a sorprender a todos los biólogos. Como muy bien nos enseña la filotaxia, las ramas y las hojas de las plantas se distribuyen buscando siempre recibir el máximo de luz para cada una de ellas. Por eso ninguna hoja nace justo en la vertical de la anterior. La distribución de las hojas alrededor del tallo de las plantas se produce siguiendo secuencias basadas exclusivamente en estos números.

El número de espirales en numerosas flores y frutos también se ajusta a parejas consecutivas de términos de esta sucesión: los girasoles tienen 55 espirales en un sentido y 89 en el otro, o bien 89 y 144.

Las margaritas presentan las semillas en forma de 21 y 34 espirales. Y cualquier variedad de piña presenta siempre un número de espirales que coincide con dos términos de la sucesión de los conejos de Fibonacci, 8 y 13; o 5 y 8.

Parece que el mundo vegetal tenga programado en sus códigos genéticos del crecimiento los términos de la sucesión de Fibonacci.

Podemos construir una serie de rectángulos utilizando los números de esta sucesión.

Empezamos con un cuadrado de lado 1, los dos primeros términos de la sucesión. Construimos otro igual sobre él. Tenemos ya un primer rectángulo Fibonacci de dimensiones 2 x1. Sobre el lado de dos unidades construimos un cuadrado y tenemos un nuevo rectángulo de 3x2. Sobre el lado mayor construimos otro cuadrado, tenemos ahora un rectángulo 5x3, luego uno 5x8, 8x13, 13x21... Podemos llegar a rectángulo de 34x55, de 55x89... Cuanto más avancemos en este proceso más nos aproximamos al rectángulo áureo. Hemos construido así una sucesión de rectángulos, cuyas dimensiones partiendo del cuadrado (1x1), pasan al rectángulo de dimensiones 2x1, al de 3x2, y avanzan de forma inexorable hacia el rectángulo áureo. Si unimos los vértices de estos rectángulos se nos va formando una curva. Es la espiral de Durero. Una espiral, que de forma bastante ajustada, está presente en el crecimiento de las conchas de los moluscos, en los cuernos de los rumiantes... Es decir, la espiral del crecimiento y la forma del reino animal.

Fibonacci sin pretenderlo había hallado la llave del crecimiento en la Naturaleza.

## ACTIVIDADES

1. *¿Cómo se forman los términos de la sucesión de Fibonacci?*
2. *¿Cuál es la solución al problema de los conejos?*
3. *Enuncia los principales conceptos que Fibonacci estudio en su libro Liber abaci.*
4. *Intenta dibujar en tu cuaderno la Espiral de Durero siguiendo las instrucciones del texto.*
5. *¿Qué es lo que más te ha sorprendido de lo que has leído en el texto? ¿Por qué? Amplia tu información sobre ello*

# LOS MOSAICOS DE LA ALHAMBRA

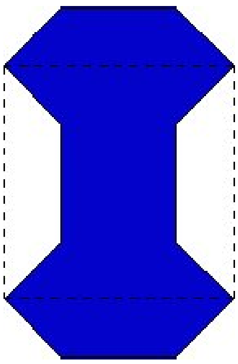
Si buscamos en un diccionario, encontraremos que los mosaicos son dibujos o pinturas creados al introducir pequeñas piezas de vidrio, piedra o terracota en una base de cemento u otro material de fijación y que se han usado desde tiempos inmemoriales en la decoración de los suelos y paredes, tanto en construcción civil como administrativa o religiosa. Durante el imperio romano su uso estaba muy extendido. Estos mosaicos generalmente representaban escenas de la vida cotidiana con un colorido sorprendente y un nivel artístico muy alto.

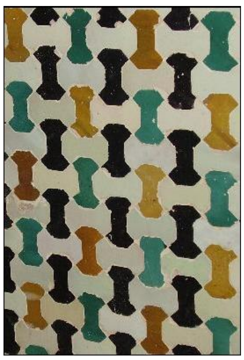
Sin embargo no es este el tipo de mosaicos del que hablaremos.

Los que están en la Alhambra son un poco diferentes, están formados por piezas más grandes, con formas más regulares y no intentan reproducir una escena, sino repetir un patrón geométrico a lo largo y ancho de una pared. Todos los mosaicos de Alhambra fueron construidos por los árabes. Los motivos son del carácter fundamentalmente religioso. El Corán prohíbe representar (en dibujos) a Alá y también el número 1, la singularidad, que representa a la Divinidad. Si analizamos cualquiera de los mosaicos de la Alhambra no podemos ver ningún punto que es singular y más importante que los demás. Lo más importante que podemos ver en estos mosaicos es la armonía. El arte de llenar el plano por repetición de figuras alcanzó su máxima expresión en la España musulmana, durante el siglo XIII, bajo el reinado de la Dinastía Nazarí. La Dinastía Nazarí fue la última dinastía musulmana que dominó el Reino de Granada. Durante el reinado de esta dinastía se edificó el palacio de la Alhambra considerado el máximo exponente del arte nazarí y una de las joyas del arte musulmán de todos los tiempos. En la Alhambra de Granada se encuentran los mejores mosaicos de esta época. Las cinco baldosas que más se repiten en los mosaicos de La Alhambra se llaman “el hueso”, “el pez volador”, ”el avión” , “la pajarita”, “el pétalo” y “el sello del Salomón”.

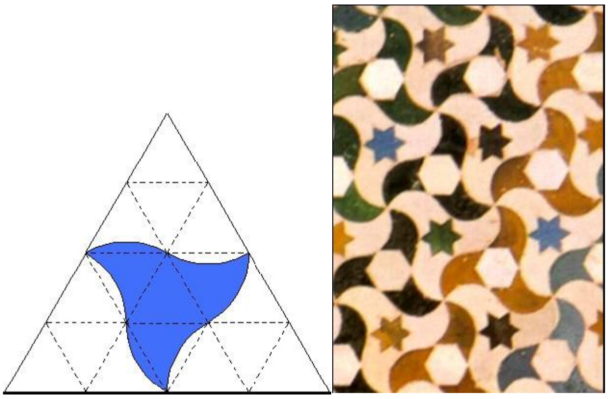
Existen 17 tipos de mosaicos. Lo que más fascina es que en la Alhambra están representados todos los 17 tipos de mosaicos y la Alhambra fue construida en el siglo XIII, mucho antes que Fedorov demostrara su teorema y los árabes ya conocían estos 17 tipos de mosaicos. Todos los mosaicos de Alhambra están formados por polígonos regulares con respeto al Islam, usando traslaciones, simetrías y giros.

**El hueso** se obtiene mediante una deformación del cuadrado. Las partes que se quitan de los dos lados del cuadrado se pegan en los otros dos lados del cuadrado

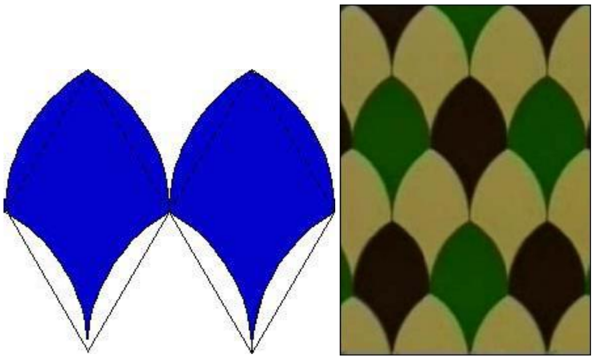




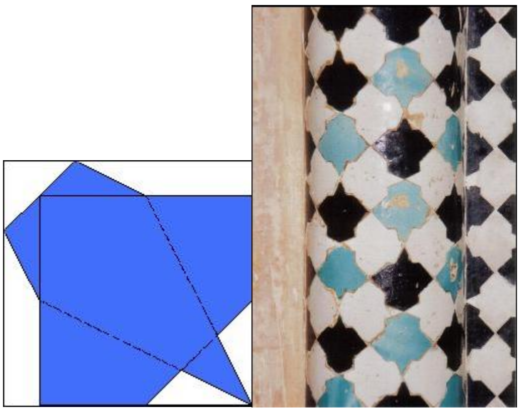
**La pajarita nazarí** se obtiene mediante el mismo proceso de deformación de un triángulo equilátero



**El pétalo** se obtiene de la deformación de un rombo.



**El pez volador** se obtiene de la deformación de un cuadrado



Estos mosaicos tienen una expresión de arte matemático infinito e inmortal, que durante años han fascinado a la gente desde un punto de vista matemático y artístico, también. Toda la magia de estos mosaicos está encerrada en su armonía, su belleza y en la inteligencia de la gente que las proyectó.

## ACTIVIDADES

1. *¿Qué es el Corán?*
2. *¿Cuál es el motivo por el que los árabes usaban los mosaicos en sus construcciones?*
3. *Busca en Internet qué es el “sello de Salomón”*
4. *Amplía lo que conoces sobre la Alhanbra.*
5. *¿Quién fue Fedorov?*