



# **MATEMÁTICAS**

- 1. EL MANCALA, UN JUEGO AFRICANO MILENARIO**
- 2. JUGAMOS CON LAS MATEMÁTICAS HACIENDO SUDOKUS**
- 3. MATEMÁTICAS EN BABILONIA Y EGIPTO**
- 4. MATEMÁTICAS EN CHINA**
- 5. MOHAMMED IBN MUSA AL-KHWARIZMI**
- 6. EL DIABLO DE LOS NÚMEROS. CAPÍTULO 3. LA TERCERA NOCHE**
- 7. EL HOMBRE QUE CALCULABA. CAPÍTULO 3**
- 8. FUNCIONES**
- 9. MATEMÁTICAS PARA SALVAR EL MEDIO AMBIENTE**
- 10. POESÍA Y MATEMÁTICAS**
- 11. SEMEJANZA**
- 12. UNA PUERTA EN LA PIZARRA**



## EL MANCALA, UN JUEGO AFRICANO MILENARIO

Se llama **mancala** (o **manqala**, palabra árabe que significa *para mover*, una variante del nombre es **kalaha**) a una amplia familia de juegos de tablero fundamentalmente africanos y también asiáticos que comparten una serie de características comunes: el tablero con receptáculos u hoyos, las 'semillas' o fichas y el juego que se denomina siembra. La denominación *kalaha* puede provenir de su frecuente uso en las poblaciones del desierto kalahari.

El mancala es un juego clásico milenario que como el backgammon ha logrado traspasar la barrera del tiempo. Aunque existen muchas variantes del mismo el más utilizado en todo el mundo es la versión *kalaha* ya que es la versión más común por haber sido comercializada.



El origen de este juego se remonta a de 2000 años atrás. El mancala es un juego africano considerado por algunos como el más antiguo de mundo. La palabra mancala es de origen arábigo y significa transferir o hacer movimientos, pues esto es lo que se hace en el mismo. El juego consiste en transferir piezas de una casilla a otra. Existen muchas variedades del juego según la región. Aunque actualmente lo conocemos como mancala, realmente este es el nombre que se le da a un conjunto de juegos diferentes. Todas las versiones tienen algunas características en común. Por ejemplo: huecos para colocar las semillas, un número de filas entre dos y cuatro, un conjunto de semillas y el método de recogida

o siembra.

La versión más conocida en América es la llamada kalah. Las reglas de esta versión fueron inventadas por el Americano William Julius Champion. Esta versión se puede encontrar de manera comercial bajo el nombre de "Mancala" o se puede construir su propio juego utilizando un cartón para huevos, dos envases y fichas que pueden ser semillas o piedras

El mancala se juega entre dos jugadores de seis años en adelante. Se utiliza un tablero, por lo general hecho de madera y 48 fichas. El tablero contiene dos filas con seis huecos y dos espacios más grandes en cada esquina. El objetivo del juego es capturar la mayor cantidad de semillas.

¿Cómo se juega? Antes de comenzar debes colocar cuatro fichas en cada casilla y colocar el tablero entre los dos jugadores. Las seis casillas que te quedan de frente son tuyas. La casilla grande a mano derecha es tu casilla de almacenamiento. Para decidir quién jugará primero uno de los jugadores esconderá una pieza en una de sus manos. Si tu oponente adivina la mano en donde estaba escondida la pieza el empezará el juego. El primer jugador tomará todas las semillas de una de sus casillas y las irá colocando por lo menos una semilla en las siguientes casillas. El movimiento se hace en contra de las manecillas del reloj y es conocido como movimiento de siembra.

Si al mover las piezas terminas en tu casa (casilla grande) puedes jugar nuevamente. De lo contrario, terminará tu turno. Luego el segundo jugador hará lo mismo.

Existen diferentes versiones del juego, según las casillas y filas y dependiendo de la región del mundo donde se juegue:

1. **Manqala de dos filas** (ejemplo típico el **oware**, **wari** o **agualé**): en estos juegos cada una de las filas pertenece a un jugador, el movimiento de siembra pasa las semillas de una fila a otra cuando corresponde, sólo se pueden tomar semillas de un receptáculo de la fila propia para mover, se captura (de diversas maneras, según el juego en concreto), y cuando se da la condición de final de partida gana el que haya capturado más semillas.

El **oware** es uno de los juegos más populares en Ghana, país africano.



2. **Manqala de cuatro filas** (ejemplo típico el **baou**, **bawo** o **omweso**): en estos juegos a cada jugador pertenecen tres filas consecutivas. El movimiento de siembra mantiene las semillas en las dos filas del jugador que mueve, pero en determinadas circunstancias pueden tomarse las semillas de un receptáculo del rival y unirlas a las de un receptáculo propio. Cuando se da la condición de final de partida gana el que tenga más semillas en sus dos filas.
3. **Manqala de número impar de filas**: Aquí entran las versiones tanto de una fila (solitarios) como de tres.

Aunque todos ellos son versiones del mancala algunos son más complicados por lo que se recomienda para jugadores de once años en adelante.

## ACTIVIDADES

1. *¿Has jugado alguna vez juegos de mesas similares al mancala?*
2. *¿Por qué crees que se usan las semillas en este juego y el movimiento se denomina siembra?*
3. *¿Sirve este tipo de juegos para unir a los miembros de una tribu?*
4. *¿Se podrían jugar juegos similares en países occidentales?*
5. *¿Existe alguna relación entre los juegos propios de cada sociedad y la propia sociedad?*



## JUGAMOS CON LAS MATEMÁTICAS HACIENDO SUDOKUS

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

**Sudoku** (en japonés: 数独, *sūdoku*) es un juego matemático que se publicó por primera vez a finales de la década de 1970 y se popularizó en Japón en 1986, dándose a conocer en el ámbito internacional en 2005 cuando numerosos periódicos empezaron a publicarlo en su sección de pasatiempos. El objetivo del sudoku es rellenar una cuadrícula de  $9 \times 9$  celdas (81 casillas) dividida en subcuadrículas de  $3 \times 3$  (también llamadas "cajas" o "regiones") con las cifras del 1 al 9 partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas. Aunque se podrían usar colores, letras, figuras, se decide usar números para mayor claridad, lo que importa, es que sean nueve elementos diferenciados, que no se deben repetir en una misma fila, columna o subcuadrícula. Un sudoku está bien planteado si la solución es única, algo que el matemático Gary McGuire ha demostrado que no es posible si no hay un mínimo de 17 cifras de pista al principio.

En el siglo XVIII, el famoso matemático suizo, Leonhard Euler de Basilea (1707-1783), creó un sistema de probabilidades para representar una serie de número sin repetir. Debido a esto Leonhard Euler de Basilea se considera el inventor de este juego.

Ya en 1970 la editorial *Math Puzzles and Logic Problems* publicaba una sección llamada *Number place* por lo que este enigma matemático se convertiría en pasatiempos aunque años más tarde se perdió en el olvido.

En 1984 el periódico japonés *Monthly Nikolist* publicó una sección de pasatiempos llamada *Sūji wa dokushin ni kagiru* (数字は独身に限る) "los números deben estar solos" (literalmente *dokushin* (独身) = "célibe, soltero"). Fue *Kaji Maki*, presidente de *Nikolist*, quien le puso el nombre. El nombre se abrevió a *Sūdoku* (*sū* = número, *doku* = solo)

El sudoku se presenta normalmente como una tabla de  $9 \times 9$ , compuesta por subtablas de  $3 \times 3$  denominadas "regiones" (también se le llaman "cajas" o "bloques").

Algunas celdas ya contienen números, conocidos como "números dados" (o a veces "pistas"). El objetivo es rellenar las celdas vacías, con un número en cada una de ellas, de tal forma que cada columna, fila y región contenga los números 1–9 solo una vez.

Además, cada número de la solución aparece solo una vez en cada una de las tres "direcciones", de ahí el "los números deben estar solos" que evoca el nombre del juego.

Los programas informáticos que resuelven sudokus pueden estimar la dificultad que tiene un

humano para encontrar la solución, basándose en la complejidad de las técnicas de resolución necesarias. Esta estimación permite a los editores adaptar sus sudokus para personas con diferente experiencia resolutoria. Algunas versiones "en línea" (online) también ofrecen varios niveles de dificultad.

Un sudoku bien hecho solo puede tener una solución, que es la correcta, para ser considerado sudoku. Es decir, un sudoku tiene solución única y para ser bien planteado es condición necesaria que un sudoku deba tener al menos 17 pistas.

La construcción de un sudoku puede ser realizada a mano eficientemente predeterminando las posiciones de los números dados y asignándoles valores para realizar un proceso deductivo.

También son comunes los juegos contruidos a partir de múltiples tablas de sudoku. En Japón es conocido el Sudoku Gattai 5 (mezcla de 5) compuesto por 5 tablas de 9x9 con solapamiento en las regiones de las esquinas. En algunos periódicos importantes del mundo son muy habituales por su dificultad y se les conoce como *Sudoku Samurai*.

El **Sudoku social** es una versión digital multijugador de sudoku que permite a 2 jugadores jugar al mismo tiempo sobre el mismo tablero.

También han surgido variantes alfabéticas, llamadas a veces **Sudokus de letras** (*Wordokus*): no existe diferencia funcional a menos que las letras formen palabras. Algunas variantes, como la de TV Guide, incluyen una vez resuelto el juego una palabra en la diagonal principal, en una fila o en una columna; determinar la palabra por adelantado puede ser una ayuda para la resolución del juego.

	P		K		R	I		D
D			B					R
	B		E			P	A	
P				K	W	A		B
						R	K	
	A	D						
B				E				P
A						E		
E	R		P		K	B		

**ABDEIKPRW**

## ACTIVIDADES

1. *¿Hacer sudokus podría ayudar a mejorar la capacidad de cálculo de los estudiantes?*
2. *¿Es el sudoku un juego para personas solitarias?*
3. *¿Es mejor resolver los sudokus al azar o siguiendo un método?*
4. *¿Existirán diferentes niveles de dificultad en la resolución de los sudokus?*
5. *¿Hay competiciones internacionales de sudokus?*



## MATEMÁTICAS EN BABILONIA Y EGIPTO

### Matemáticas en Babilonia

Desde el tercer milenio antes de Cristo los pueblos que habitaron entre los ríos Tigris y Éufrates nos han dejado miles de tablillas de arcilla. En más de 500 de ellas aparecen manifestaciones matemáticas que nos han permitido descubrir desde su sistema de numeración en base 60 a sus conocimientos sobre el teorema de Pitágoras

De su afición a las observaciones astronómicas acerca de las posiciones de los planetas observables a simple vista Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno conservamos en la actualidad dos vestigios muy populares:

- El horóscopo. Eran excelentes astrólogos, ellos bautizaron las doce constelaciones del zodiaco, dividiendo cada una de ellas en 30 partes iguales. Es decir, dividieron el círculo zodiacal en  $12 \times 30 = 360$  partes.
- De ellos hemos heredado la división de la circunferencia en 360 grados y la de cada grado en 60 minutos y cada minuto en 60 segundos. (Esto se usará para medir ángulos y el tiempo)

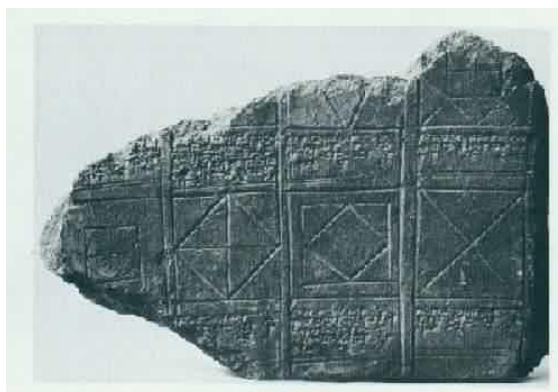
Contaban con un algoritmo para calcular raíces cuadradas, trabajaban con fracciones, resolvían ecuaciones de primer y segundo grado.

A partir del año 2.000 a de C, descubren las ventajas de un sistema posicional, que les permite escribir cualquier número con sólo dos símbolos:

**T** para el 1 y **<** para el 10. La base que utilizan es 60.

Así  $24 = \ll\ll\ll\ll$        $93 = 60 + 30 + 3 = T\ll\ll\ll$

Uno de los objetos matemáticos más importantes de la Antigüedad proviene del pueblo babilonio: la tablilla conocida como Plimpton 322 que se conserva en la Universidad de Columbia, escrita hacia el año 1800 antes de Cristo en la que aparecen cuatro columnas de números distribuidos en 15 filas. En apariencia podía tratarse de algún tipo de anotación contable pero descifrados los números corresponden a la primera relación de ternas pitagóricas de la que se tenga conocimiento.



De esta tablilla se puede deducir que los babilonios conocían el hecho de que si  $p$  y  $q$  son dos números enteros entonces los números

$$b = p^2 - q^2; \quad c = 2pq; \quad y \quad a = p^2 + q^2$$

$a$ ,  $b$  y  $c$  son las medidas de los lados de un triángulo rectángulo,

## Matemáticas en Egipto

Según Herodoto los egipcios son los padres de la Geometría, pero gracias a sus monumentos y sus papiros también sabemos hoy que disponían de un sistema de numeración adicional que les permitía trabajar con fracciones de una forma muy especial ya que el numerador siempre era la unidad.

El papiro egipcio es menos resistente al paso del tiempo que las tablillas babilónicas.

Sin embargo alguno ha llegado hasta nosotros. Los más populares el papiro de Rhind y el de Moscú. En ellos aparece una colección de más de 100 problemas que nos brindan una valiosa información de las matemáticas egipcias.



Su sistema de numeración era de base diez, como el nuestro. Los símbolos para representar las potencias de 10 eran los indicados en la ilustración anexa.

Los egipcios, como los babilonios, también trabajaban con fracciones, con partes de la unidad.

Pero lo curioso es que sólo utilizaban fracciones con numerador la unidad, es decir de la forma:  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/7$ ,  $1/15$ ,  $1/47$ ...

Cualquier parte de la unidad la expresaban como suma de fracciones de este tipo.

El papiro de Rhind contiene una tabla de conversión de partes de la unidad a estas fracciones. Es el equivalente con más de 3.000 años de antigüedad de nuestras tablas de multiplicar, sólo que para trabajar con fracciones.

## ACTIVIDADES

1. *¿Qué conocimientos matemáticos debemos al pueblo babilonio?*
2. *¿Qué conocimientos matemáticos debemos al pueblo egipcio?*
3. *Si la base del sistema numérico babilonio era 60, ¿Cuál es la base del sistema de numeración que nosotros usamos?*
4. *¿Por qué los conocimientos de estas civilizaciones antiguas se conservan en tablillas de arcilla y papiros?*
5. *¿Crees que los conocimientos matemáticos de los egipcios les sirvió para la construcción de las pirámides?*



## MATEMÁTICAS EN CHINA

“Los elementos del arte de la guerra son: primero, la medida del espacio; segundo, la estimación de las cantidades; tercero, los cálculos; cuarto, las comparaciones; y quinto, las posibilidades de victoria. La medida del espacio deriva del terreno. Las comparaciones se hacen a partir de las cantidades y los cálculos, y se determina la victoria según estas comparaciones. Así pues, un ejército victorioso equivale a un saco en equilibrio contra un grano de arroz, y un ejército derrotado es como un grano de arroz en equilibrio contra un saco.”(Sun Tzu, “El arte de la guerra”)

Se comienza la lectura con una cita del conocido “Arte de la guerra” de Sun Tzu. La elección no es caprichosa, tanto por el contenido como por la temática y el contexto en el que se inscriben ésta y otras obras sobre la actividad bélica en la Antigua China.



Cada sociedad de aquel tiempo se articula en torno a diversos valores, objetivos y estructuras, tanto socio-económicas como religiosas y de creencias. Durante los siglos en que las matemáticas chinas se van constituyendo como una herramienta cada vez más elaborada y de indudable utilización en la práctica, que es cuando la dinastía Zhou rige los destinos de un amplio territorio y cuando el emperador Qin constituye un poderoso y autoritario Estado, la ocupación fundamental en el territorio chino es la confrontación bélica entre los distintos reinos.

Al estado feudal que caracteriza el tiempo de los Zhou le sigue la emergencia, después de grandes y desoladoras guerras, del reino Qin. La base de su predominio será la fuerza militar pero, detrás de ella, una capacidad organizativa extremadamente eficaz y una utilización máxima de recursos minerales, así como la desarticulación del modelo feudal heredado y el apoyo en una riqueza que será básica: la agricultura. Para ampliar la producción se construirán caminos, canalizaciones que amplíen el territorio irrigado por las aguas de los grandes ríos, se trasladarán poblaciones enteras a territorios improductivos con anterioridad. Junto a ello se constituirá un estado centralizado y fuertemente burocratizado donde la Administración del mismo ejercerá una poderosa y constante influencia.

En este sentido, las Matemáticas son una ciencia instrumental que permitirá a la numerosa clase de funcionarios la medida de los campos y su productividad, la imposición de tasas, la organización de ejércitos suficientemente armados y aprovisionados. La guerra, desde el tiempo de los Qin, ya no será llevada a cabo por una minoría noble sino por grandes masas de hombres que han de organizarse y a la que hay que dotar de todos los medios necesarios para el combate.

Las primeras obras matemáticas chinas conservadas, el “Suan shu shu”, y el “Jiuzhang suan shu”, son obras que no aportan teoría alguna. Tal como sucede en otras culturas de la Antigüedad, estos textos se conforman como un conjunto de problemas que comparten temática o métodos de solución. Son textos fundamentalmente pedagógicos que se utilizaban en la formación de los futuros funcionarios de la Administración estatal, mostrando una serie de problemas con sus soluciones y el método que se

debía seguir para alcanzarlas.

Estos métodos se presentan como un conjunto de reglas cuyo seguimiento garantiza la respuesta buscada con la limitación, en algunos casos, de no constituirse como procedimientos generales ni utilizar herramientas abstractas en demasía. Sin embargo, es conveniente notar que los conceptos que subyacen bajo estas reglas son curiosamente actuales y en gran parte se siguen enseñando hoy en día de un modo semejante en la escuela primaria o secundaria.

Una de las tradiciones más notables dentro de la matemática china son los comentaristas, estudiosos de los contenidos de cálculo o geométricos, que actualizan las obras clásicas para conocimiento de los estudiantes de aquel momento permitiéndose explicar, ampliar, corregir incluso los métodos que han heredado.

Zhao Shuang, Zhang Qiujiang, entre otros, serán algunos de los autores matemáticos conocidos. Sin embargo, resulta imprescindible destacar a uno de ellos: Liu Hui, funcionario del siglo III d.C., cuyos comentarios sobre el clásico “Jiuzhang” (Nueve Capítulos sobre el Arte de Cálculo) alcanzan un grado de notable complejidad e ingenio para su época, hasta el punto de que algunos de los problemas originales que propuso llegaron a integrar un volumen aparte, materia de estudio desde entonces. Nos referimos al Haidao Suanjing, o Manual Matemático de la Isla del Mar. Es una obra donde se aúna la tradición de la observación y medida militares de las distancias lejanas junto a unos métodos sistemáticos que utilizan la semejanza de triángulos de un modo muy notable.

## ACTIVIDADES

1. *¿Por qué la civilización china daba tanta importancia a los conocimientos matemáticos?*
2. *¿Qué relación existe entre los conflictos bélicos y las Matemáticas?*
3. *¿Y entre la agricultura y las Matemáticas?*
4. *¿Cuáles de los conceptos matemáticos estudiados por los chinos son estudiados hoy día en tu clase?*
5. *¿Crees que los estudiantes chinos estudian más Matemáticas que los estudiantes españoles?*



## MOHAMMED IBN MUSA AL-KHWARIZMI

Matemático, astrónomo y geógrafo musulmán, Mohammed Ibn Musa abu Djafar Al-Khwarizmi, nació probablemente sobre el año 780 en la ciudad persa de Khwarizm (actual Khiva, en Uzbekistan), situada al sudeste del mar de Aral, en la vieja ruta de la seda, que había sido conquistada 70 años antes por los árabes. Su nombre significa "Mohamed, hijo de Moisés, padre de Jafar, el de Khwarizm".

Hacia el 820, Al'Khwarizmi fue llamado a Bagdad por el califa abasida Al Mamun, segundo hijo de Harun ar Rashid, conocido por todos gracias a las "Mil y una noches". Al Mamun continuó el enriquecimiento de la ciencia árabe y de la Academia de Ciencias creada por su padre, llamada la Casa de la Sabiduría. Se tradujeron al árabe obras científicas y filosóficas griegas e hindúes, y contaba con observatorios astronómicos. En este ambiente científico y multicultural se educó y trabajó Al-Khwarizmi, el cual dedicó sus tratados de álgebra y astronomía al propio califa. Todo este florecimiento traería importantes consecuencias en el desarrollo de la ciencia en Europa, principalmente a través de España.



Sabemos también que realizó viajes por Afganistán, el sur de Rusia y Bizancio (hoy Turquía). Falleció en Bagdad hacia el año 850. Para muchos, fue el más grande de los matemáticos de su época.

La mayoría de sus diez obras son conocidas en forma indirecta o por traducciones hechas más tarde al latín (muchas de ellas en Toledo) y de algunas sólo se conoce el título. Al-Khwarizmi fue un recopilador del conocimiento de los griegos e hindúes, principalmente de matemáticas, pero también de astronomía (incluyendo el calendario judío), astrología, geografía e historia. Su trabajo más conocido y usado fueron sus Tablas Astronómicas, basadas en conocimientos de los hindúes. Incluyen algoritmos para calcular fechas y las primeras tablas conocidas de las funciones trigonométricas seno y cotangente.

De su aritmética, posiblemente denominada originalmente "Kitab al-Jam'a wal-Tafreeq bil Hisab al-Hindi", sólo conservamos la versión latina, Algoritmi de Numero Indorum, del siglo XII. En esta obra describe con detalle el sistema hindú de numeración posicional en base 10 y la manera de hacer cálculos con él. Se sabe que había un método para hallar raíces cuadradas en la versión árabe, pero no aparece en la versión latina. Fue esencial para la introducción de este sistema de numeración en el mundo árabe y posteriormente en Europa. El que nos haya llegado a través de los árabes hace que le llamemos habitualmente sistema de numeración árabe, cuando deberíamos llamarlo indo-arábigo. Posiblemente fuese el primero en utilizar el cero como una cifra.

Su tratado de álgebra es una introducción compacta al cálculo, usando reglas para completar y reducir ecuaciones. Además de sistematizar la resolución de ecuaciones cuadráticas, también trata geometría, cálculos comerciales y de herencias. Quizás éste es el libro árabe más antiguo conocido y parte de su título "Kitab al-jabr wa'l-muqabala" da origen a la palabra álgebra. Los términos al-jabr y al-

muqabala se utilizan para denominar lo que nosotros entendemos por transposición de términos y posterior simplificación de términos semejantes con coeficientes negativos y positivos. Una posible traducción del título sería "El libro de restaurar e igualar" o "El arte de resolver ecuaciones". La palabra algebrista se utiliza también en "El Quijote" con un significado ya en desuso, pero que hace referencia a ese significado de restauración o recomposición. En el diccionario de la Real Academia Española de la Lengua podemos leer: "Algebrista, 2. (desusado) Cirujano dedicado especialmente a la curación de dislocaciones de huesos."

فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك  
مال وعشرة أجزاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال اذا زدت عليه مثل  
عشرة أجزاره بلغ ذلك كله تسعة وثلاثين . فبابه<sup>(١)</sup> أن تنصف الأجزاء وهي في  
هذه المسئلة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة  
والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف  
الأجزاء هو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة .

De su tratado sobre Astronomía, Sinshind zij, también se han perdido las dos versiones que escribió en árabe. Como ocurre con la aritmética, conservamos dos versiones latinas del siglo X. Incluye estudios de calendarios, posiciones reales del sol, la luna y los planetas, tablas de senos y tangentes, astronomía esférica, tablas astrológicas, cálculos de paralaje y eclipses, y visibilidad de la luna.

En Geografía, con una obra denominada Kitab Surat-al-Ard, revisó y corrigió a Ptolomeo en lo referente a África y al Oriente. Lista latitudes y longitudes de ciudades, montañas, mares, islas, regiones geográficas y ríos, como base para un mapa del mundo entonces conocido. En este mapa dice que trabajaron a sus órdenes setenta geógrafos.

## ACTIVIDADES

1. ¿Conoces la palabra Álgebra que procede de este matemático árabe?
2. ¿Qué otras palabras proceden de la obra de este matemático?
3. ¿Qué es un algebrista?
4. ¿Por qué fue importante el trabajo de Al-Khwarizmi?
5. ¿Cuántas materias o ciencias estudió Al-Khwarizmi?



## EL DIABLO DE LOS NÚMEROS. CAPÍTULO 3. LA TERCERA NOCHE

Empezó a pintar con su bastón en la pared de la cueva todos los números del 2 al 50. Cuando terminó, el cuadro era el siguiente: [...]

-Bien, querido muchacho, ahora coge mi bastón. Cuando averigües que un número no es de primera, no tienes más que tocarlo con él y desaparecerá.

-¡Pero falta el uno! -se quejó Robert-. ¡Y el cero!

-¡Cuántas veces tengo que decírtelo! Esos dos no son números como los demás. No son ni de primera ni de no primera. ¿Ya no te acuerdas de lo que soñaste al principio del todo?: ¿que todos los demás números han surgido del uno y del cero?

-Como tú digas -dijo Robert-. Empezaré por borrar los números pares, porque dividirlos entre dos es una nimiedad.

-Excepto el dos -le advirtió el anciano-. Es de primera, no lo olvides.

Robert cogió el bastón y empezó. En un abrir y cerrar de ojos, la pared de números tenía el siguiente aspecto:

-Y ahora sigo con el tres. El tres es de primera. Todo lo que sale en la tabla del tres no es de primera, porque se puede dividir entre tres: 6, 9, 12, etcétera.

Robert borró la serie del tres, y quedaron: [...]

-Luego, la serie del cuatro. Ah, no, no tenemos que preocuparnos de los números que son divisibles entre cuatro, ya los hemos quitado, porque el cuatro no es de primera, sino  $2 \times 2$ . Pero el cinco es de primera. El diez claro que no, ya ha desaparecido, porque es  $2 \times 5$ . Y también puedes borrar todos los demás que terminen en cinco -dijo el anciano-. -Claro.

	2	3	5	7	9	
11		13	15	17	19	
21		23	25	27	29	
31		33	35	37	39	
41		43	45	47	49	

Ahora Robert estaba encantado:

-Podemos olvidarnos del seis -exclamó-, es  $2 \times 3$ . Pero el siete es de primera. -¡De primera! -exclamó el diablo de los números.

-El once también.

-¿Y cuáles nos quedan?

*Bueno, querido lector, querida lectora, eso tienes que averiguarlo por ti mismo. Coge un rotulador de punta gorda y sigue hasta que no queden más que números de primera. Entre nosotros: son exactamente quince, ni uno más ni uno menos.*

-Bien hecho, Robert. El diablo de los números se encendió una pipa y rió por lo bajo.

-¿De qué te ríes? -preguntó Robert.

-Sí, hasta cincuenta aún se puede hacer -dijo el diablo de los números. Se había puesto cómodo en su asiento y sonreía perverso-. Pero piensa en un número como: 10 000 019 o 141 421 356 237 307.

¿Es de primera o no? ¡Si supieras cuántos buenos matemáticos se han roto ya la cabeza pensando en esto! Incluso los mayores diablos de los números pinchan en hueso al tocar este asunto.

-Antes dijiste que sabías cómo sigue la serie de los números de primera, pero que no querías decirlo.

-Bueno, la verdad es que exageré un poco.

-Está bien que lo admitas -dijo Robert-. A veces, más que el diablo de los números pareces el papa de los

números.

-Las gentes más simples lo intentan con gigantescas computadoras. Se pasan meses calculando, hasta que echan humo. Has de saber que el truco que te he enseñado de borrar primero la serie del dos, luego la del tres y después la del cinco, etcétera, es un trasto viejo. No está mal, pero cuando se trata de grandes cifras duraría una eternidad. Entre tanto hemos ideado toda clase de refinados métodos, pero, por astutos que sean, cuando se trata de los números de primera siempre nos atascamos. Eso es lo diabólico en ellos, y lo diabólico es divertido, ¿no te parece?

Mientras lo decía, el diablo de los números trazaba complacido círculos con su bastón.

-Sí, pero ¿de qué sirve todo ese romperse la cabeza? -preguntó Robert.

-¡No hagas preguntas tontas! Eso es precisamente lo emocionante: que en el reino de los números las cosas no son tan aburridas como con tu señor Bockel. ¡Él y sus trenzas! Alégrate de que te revele tales secretos. Por ejemplo el siguiente: coge cualquier número mayor que uno, no importa cuál, y duplícalo.

-222 -dijo Robert-. Y 444. Entre un número así y su doble siempre, pero SIEMPRE, hay al menos un número de primera.

-¿Estás seguro?

-307 -dijo el anciano-. Pero funciona también con cifras inmensas.

-¿Cómo lo sabes?

-Oh, aún falta lo mejor -dijo el anciano, incorporándose. Ya no había forma de pararlo-. Coge cualquier número, no importa cuál, siempre que sea mayor que dos, y te demostraré que es la suma de dos números de primera.

-48 -exclamó Robert.

-Treinta y uno más diecisiete -dijo el anciano, sin pensárselo demasiado.

-34 -gritó Robert.

-Veintinueve y cinco -respondió el anciano. Ni siquiera se quitó la pipa de la boca.

-¿Y sale siempre? -se admiró Robert-. ¿Cómo es posible? ¿Por qué es así?

-Sí -dijo el anciano; frunció el ceño y se quedó mirando los anillos de humo que lanzaba al aire-, eso me gustaría saber a mí. Casi todos los diablos de los números que conozco han intentado averiguarlo. La cuenta sale siempre, sin excepción, pero nadie sabe por qué. Nadie ha podido demostrar que es así.

-¡Eso sí que es fuerte!, pensó Robert, y no pudo por menos que reír. -Me parece realmente de primera -dijo. [...]

*Hans Magnus Enzensberger.*

El Diablo de los Números.

Ed. Siruela.

## ACTIVIDADES

### 1. Contesta:

- ¿Quiénes son los protagonistas?

- ¿Dónde se encuentran?

- ¿Qué tiene uno de ellos en la mano?

- En Matemáticas, ¿cómo llamamos a los números de primera que aparecen en el texto?

### 2. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Corrige las que no sean correctas:

-El diablo se encendió un cigarrillo.

-El diablo decía que lo diabólico no es divertido.

-Robert dijo que faltaban los números 1 y 2 en la tabla.

### 3. Realiza la demostración que se explica al final de la historia utilizando el número 54.

### 4. Realiza la actividad que viene indicada en el recuadro que aparece en la lectura.



## EL HOMBRE QUE CALCULABA. CAPÍTULO 3

*Singular aventura acerca de 35 camellos que debían ser repartidos entre tres árabes. Beremís Samir efectúa una división que parecía imposible, conformando plenamente a los tres querellantes. La ganancia inesperada que obtuvimos con la transacción.*



acía pocas horas que viajábamos sin interrupción, cuando nos ocurrió una aventura digna de ser referida, en la cual mi compañero Beremís puso en práctica, con gran talento, sus habilidades de eximio algebrista.

Encontramos, cerca de una antigua posada medio abandonada, tres hombres que discutían acaloradamente al lado de un lote de camellos.

Furiosos se gritaban improperios y deseaban plagas:

- ¡No puede ser!
- ¡Esto es un robo!
- ¡No acepto!

El inteligente Beremís trató de informarse de que se trataba.

- Somos hermanos –dijo el más viejo- y recibimos, como herencia, esos 35 camellos. Según la expresa voluntad de nuestro padre, debo yo recibir la mitad, mi hermano Hamed Namir una tercera parte, y Harim, el más joven, una novena parte. No sabemos sin embargo, como dividir de esa manera 35 camellos, y a cada división que uno propone protestan los otros dos, pues la mitad de 35 es 17 y medio. ¿Cómo hallar la tercera parte y la novena parte de 35, si tampoco son exactas las divisiones?

- Es muy simple –respondió el “Hombre que calculaba”-. Me encargaré de hacer con justicia esa división si me permitís que junte a los 35 camellos de la herencia, este hermoso animal que hasta aquí nos trajo en buena hora.

Traté en ese momento de intervenir en la conversación:

- ¡No puedo consentir semejante locura! ¿Cómo podríamos dar término a nuestro viaje si nos quedáramos sin nuestro camello?

- No te preocupes del resultado “bagdalí”<sup>[2]</sup> –replicó en voz baja Beremís-. Sé muy bien lo que estoy haciendo. Dame tu camello y verás, al fin, a que conclusión quiero llegar. Fue tal la fe y la seguridad con que me habló, que no dudé más y le entregué mi hermoso “jamal”<sup>[1]</sup>, que inmediatamente juntó con los 35 camellos que allí estaban para ser repartidos entre los tres herederos.

- Voy, amigos míos –dijo dirigiéndose a los tres hermanos- a hacer una división exacta de los camellos, que ahora son 36.

Y volviéndose al más viejo de los hermanos, así le habló:

- Debías recibir, amigo mío, la mitad de 35, o sea 17 y medio. Recibirás en cambio la mitad de 36, o sea, 18. Nada tienes que reclamar, pues es bien claro que sales ganando con esta división.

Dirigiéndose al segundo heredero continuó:

- Tú, Hamed Namir, debías recibir un tercio de 35, o sea, 11 camellos y pico. Vas a recibir un tercio de 36, o sea 12. No podrás protestar, porque también es evidente que ganas en el cambio.

Y dijo, por fin, al más joven:

- A ti, joven Harim Namir, que según voluntad de tu padre debías recibir una novena parte de 35, o sea, 3 camellos y parte de otro, te daré una novena parte de 36, es decir, 4, y tu ganancia será también evidente, por lo cual sólo te resta agradecerme el resultado.

Luego continuó diciendo:

- Por esta ventajosa división que ha favorecido a todos vosotros, tocarán 18 camellos al primero, 12 al segundo y 4 al tercero, lo que da un resultado (18 + 12 + 4) de 34 camellos. De los 36 camellos sobran, por lo tanto, dos. Uno pertenece, como saben, a mi amigo el “bagdalí” y el otro me toca a mí, por derecho, y por haber resuelto a satisfacción de todos, el difícil problema de la herencia<sup>[3]</sup>.

- ¡Sois inteligente, extranjero! – exclamó el más viejo de los tres hermanos-. Aceptamos vuestro reparto en la seguridad de que fue hecho con justicia y equidad. El astuto beremís –el “Hombre que calculaba”- tomó luego posesión de uno de los más hermosos “jamales” del grupo y me dijo, entregándome por la rienda el animal que me pertenecía:



- Podrás ahora, amigo, continuar tu viaje en tu manso y seguro camello. Tengo ahora yo, uno solamente para mí.

Y continuamos nuestra jornada hacia Bagdad.

Notas:

<sup>[1]</sup> *Jamal* – una de las muchas denominaciones que los árabes dan a los camellos.

<sup>[2]</sup> *Bagdalí*, individuo nacido en Bagdad.

<sup>[3]</sup> Este curioso resultado proviene de ser la suma

$$\frac{1}{2} + \square + \frac{1}{9} = \frac{17}{18},$$

menor que la unidad. De modo que el reparto de los 35 camellos entre los tres herederos no se habría hecho por completo; hubiera sobrado  $\frac{1}{18}$  de 35 camellos. Habiendo aumentado el dividendo a 36, el sobrante resultó entonces  $\square$  de 36, o sea los dos camellos referidos en el reparto hecho por el “Hombre que calculaba”.

*Malba Tahan.*

El Hombre que Calculaba.

## ACTIVIDADES

1. Busca en el diccionario los siguientes términos:

*Querellante, Equidad, Eximio*

2. Realiza un resumen del texto.

3. Contesta:

- ¿Dónde se encontraron los protagonistas con los tres hombres que discutían?
- ¿Quién narra la historia?
- ¿Por qué los protagonistas salen ganando al final con el reparto?

4. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Corrige las que no sean correctas:

- El “bagdalí” es algebrista.
- Al principio de la historia, el “bagdalí” y Beremís iban montados en un camello cada uno.
- Los protagonistas van de camino a Bagdad.

5. Copia lo indicado en la nota <sup>[3]</sup>, completando los dos recuadros vacíos.



## FUNCIONES

### Introducción

Las gráficas son medios potentes para tratar gran número de problemas. Se utilizan en todas las disciplinas: física, biología, economía, sociología, psicología, etc. Las gráficas dan una rápida información visual de la relación entre dos magnitudes.

### Actividades de introducción

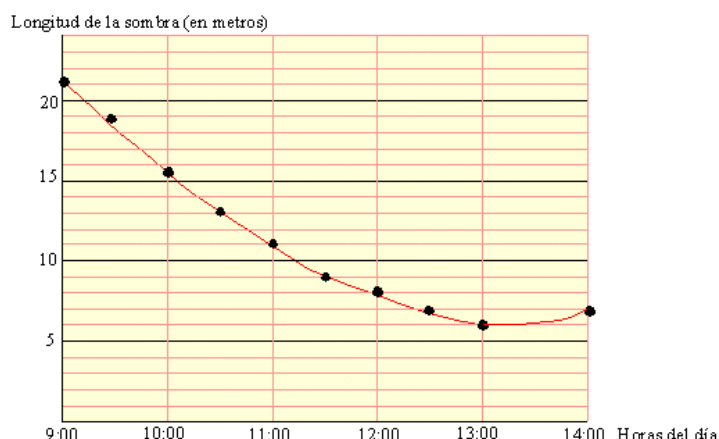
Actividad 1: "...quien a buen árbol se arrima....."

Desde las 9 de la mañana hemos ido anotando la longitud de sombra de un poste vertical. Éstos son los resultados:

Tiempo t	9:00	9:30	10:00	10:30	11:00	11:30	12:00	12:30	13:00	14:00
Longitud de la sombra L	21m	19m	15'5m	13m	11m	9m	8m	7m	6m	7m

La hora del día y la longitud de la sombra son magnitudes que están relacionadas. Además, a cada hora del día le corresponde una única longitud de sombra.

Si representas los pares de valores (hora del día, longitud de sombra): (9,21), (10,15'5), etc. recogidos en la tabla, en unos ejes de coordenadas obtienes la gráfica.

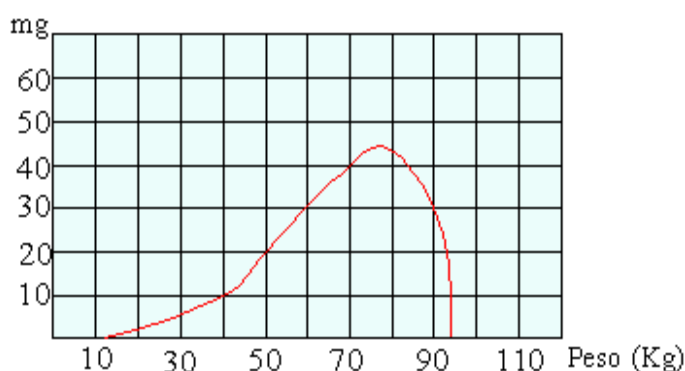


Actividad 2: ¡Cuidado con los medicamentos! En las instrucciones de un medicamento, que hay que administrar a un diabético, se establece que la dosis del mismo, expresada en mg, está en función del peso del paciente según la gráfica.

Observa que a una persona de 50 Kg le corresponde una dosis de 20 mg. Diremos que 20 es la imagen de 50 o que 50 es un original de 20 y escribiremos

50 Kg  $\rightarrow$  20 mg. [...]

Diremos que la variable dosis depende (o es función) de la variable peso: Peso  $\rightarrow$  Dosis



### Interpretación de funciones

La relación entre dos magnitudes o variables puede expresarse mediante una gráfica, una tabla o una fórmula. [...]

### Mediante tablas

Se juegan 8 partidos durante el invierno. Ésta fue la asistencia de público a cada partido:

Partido	1	2	3	4	5	6	7	8
Asistentes	2800	2000	2600	2300	1500	600	1400	900

J. M. Barragán, A. Molina, J. M. Fernández.

## ACTIVIDADES

1. Busca en el diccionario los siguientes términos:

Sociología

Magnitud

Diabetes

2. Describe un ejemplo de función.

3. Completa:

- En la actividad 1, la variable \_\_\_\_\_ es función de la variable \_\_\_\_\_.
- En el último ejemplo, el partido que tuvo más asistentes fue el número \_\_\_\_ y el que menos, el número \_\_\_\_.
- Las \_\_\_\_\_ dan una rápida información visual de la relación entre dos \_\_\_\_\_.

4. Se tiene el siguiente ejemplo: un grifo vierte 15 litros de agua por minuto.

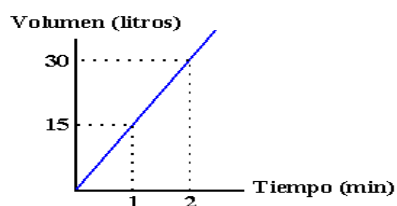
Relaciona con flechas:

$$V = 15 \cdot t$$

Tabla

Tiempo (minutos)	1	2	3
Volumen(litros)	15	30	45

Fórmula



Gráfica

5. Un cuaderno cuesta 2 €. Expresa la función que relaciona el coste total con el número de cuadernos comprados, empleando las tres formas distintas.

## MATEMÁTICAS PARA SALVAR EL MEDIO AMBIENTE

Diversos investigadores españoles aplican de manera original esta ciencia para contribuir a mejorar la naturaleza.

Las matemáticas también pueden ser "verdes" y, desde luego, muy prácticas, como así lo demuestran varios expertos españoles. Sus trabajos, alejados del tópico de la abstracción, son muy útiles en múltiples cuestiones que afectan al medio ambiente: predicen cambios en la naturaleza para actuar sobre ellos, aumentan el conocimiento sobre los seres vivos y sus relaciones, desarrollan sistemas para combatir la contaminación y la extinción de especies como el linco, para prevenir y afrontar terremotos, para mejorar los sistemas de energía solar o para luchar contra los incendios.

Las matemáticas, útiles para el medio ambiente.



El medio ambiente se puede beneficiar de las matemáticas de muchas formas: contribuyen a comprender los fenómenos, a cuantificar los resultados, a conocer las causas y los efectos y a tomar decisiones. Son palabras de Juan Grau, investigador del grupo GASC de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM), cuyo trabajo matemático posibilita en la actualidad el descubrimiento de propiedades del suelo, las plantas, los mares y el Universo, o el desarrollo de un sistema para gestionar de forma objetiva y óptima los recursos hídricos nacionales y supranacionales.

Las matemáticas no se quedan en lo abstracto, como demuestra Grau con casos de aplicaciones a cuestiones medioambientales en todo el mundo: la ley de bosques en Argentina, las técnicas de remediación de la contaminación en Doñana, y en mar con los vertidos; la elección de alternativas en el trazado de los trenes de alta velocidad, las técnicas de prevención de la contaminación en Guanajuato (México), los planes de adaptación al cambio climático en áreas sensibles de Iberoamérica, y un largo etcétera.

Las investigaciones y aplicaciones prácticas son cada vez más diversas, y no sólo en un plano internacional. España cuenta con un gran surtido de investigadores de primera línea que trabajan en todo tipo de proyectos.

Predecir y combatir problemas ambientales.

En la actualidad, varios modelos matemáticos y estudios estadísticos pueden predecir, y en ocasiones controlar, los posibles cambios que se dan en la naturaleza, según Manuel Gámez, investigador de la Universidad de Almería (UAL). Este experto afirma que no son la solución definitiva, pero pueden ser un buen complemento para conocer los procesos medioambientales e intervenir en ellos si fuera necesario. El grupo de trabajo de Gámez desarrolla teorías para monitorizar los cambios en un ecosistema, provocados por cuestiones como la contaminación o el uso de pesticidas, y estimar los posibles efectos.

Las transformaciones bruscas en la Tierra, como el cambio climático, se pueden analizar desde los sistemas complejos. [...]

Luchar contra la degradación de la naturaleza.

Las matemáticas tienen mucho que decir en el problema de la degradación de la naturaleza. Un equipo de la Universidad de las Palmas de Gran Canaria (ULPGC) y de la Universidad Politécnica de Cataluña (UPC) utiliza algoritmos a partir de imágenes por satélite para prever el estado del mar o el desplazamiento de una mancha de petróleo.

El lince ibérico, en peligro de extinción, tiene también el apoyo de las matemáticas. Un equipo internacional de investigadores, en el que participa Eloy Revilla, del CSIC, ha creado una teoría que explica cómo y por qué se mueven los seres vivos. El lince se ha utilizado como modelo para esta teoría, que se enmarca en la denominada ecología del movimiento, una nueva disciplina de la Biología. Según Revilla, la investigación es fundamental para la conservación de esta especie, ya que sirve para mejorar la conectividad entre sus poblaciones.

Varios investigadores internacionales, entre ellos Diego Andina, de la UPM, han desarrollado un sistema basado en modelos matemáticos, que analiza en tiempo real la contaminación atmosférica y permite predecir posibles contingencias ambientales, de manera que las autoridades puedan tomar medidas.

Un equipo de biólogos y matemáticos del CSIC ha creado unas simulaciones matemáticas que constatan la degradación del mar mediterráneo en las últimas tres décadas a causa de la sobrepesca y sientan las bases para posibles predicciones de futuro.[...]

Mejorar la energía solar.

Las plantas solares de concentración (CSP) se basan en seguidores para aprovechar al máximo la luz. Estos aparatos pueden utilizar sensores, pero no funcionan bien cuando el Sol se oculta tras las nubes. Por ello, se prefiere el uso de sistemas basados en algoritmos matemáticos que calculan el lugar exacto en el que se encuentra nuestra estrella. Con el apoyo de estos sistemas, la productividad de una CSP puede aumentar hasta en un 30%, según los expertos.



Por ello, este tipo de programas de cálculo son un interesante campo de investigación para las empresas del sector. Iberdrola, que planea construir varias centrales termosolares, trabaja en un sistema de orientación solar basado en cálculos matemáticos.

Combatir los incendios.

La forma en que se difunden las llamas de un fuego, la trayectoria del humo o las acciones necesarias para reducir un incendio son factores que se pueden precisar con el apoyo de las matemáticas. [...]

*Alex Fernández Muerza.*

Real Sociedad Matemática Española.

## ACTIVIDADES

1. Busca en el diccionario los siguientes términos: *Tópico, Monitorizar, Algoritmo*
2. *Explica cómo se utilizan las Matemáticas para mejorar la productividad de una CSP.*
3. *Contesta:*

- *Según Grau, ¿cómo se puede beneficiar el medio ambiente de las Matemáticas?*

- *¿Qué animal se ha utilizado como modelo para una teoría que explica cómo y por qué se mueven los seres vivos?*

- *¿Qué sistema han desarrollado varios investigadores internacionales, entre ellos Diego Andina?*

4. *Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Corrige las que no sean correctas:*

- *Las transformaciones bruscas en la Tierra, como el cambio climático, se pueden analizar desde sistemas matemáticos complejos.*

- *Las matemáticas sólo se quedan en lo abstracto.*

- *La forma en que se difunden las llamas de un fuego se puede precisar con el apoyo de las matemáticas.*

5. *Escribe 5 aplicaciones de las Matemáticas que ayudan a salvar el medio ambiente.*



## POESÍA Y MATEMÁTICAS

### EL COLLAR DE LOS ENAMORADOS

Un collar se rompió mientras jugaban  
dos enamorados,  
y una hilera de perlas se escapó.  
La sexta parte al suelo cayó,  
la quinta parte en la cama quedó,  
y un tercio la joven recogió.  
La décima parte el enamorado encontró  
y con seis perlas el cordón se quedó.  
Vosotros, los que buscáis la sabiduría,  
decidme cuántas perlas tenía  
el collar de los enamorados.

*Bhaskara Acharia*

### ACRÓSTICO

Mirar soñando despierto  
Al ver dos líneas trazadas  
Te refleja como ciertos  
Espacios que son del alma;  
Mar de infinitos destellos  
Acotados por las blancas  
Trazas que dejan abiertos  
Imposibles movimientos  
Capaces de abrir las marcas  
Alcanzadas por expertos  
Sabios de todos los tiempos,  
Y soñando lograremos  
Penetrar en las esencias  
Ocultas de los extremos  
Esquivos de las conciencias,  
Sabiendo que toda ciencia  
Incluye cuando queremos  
Algo de amor y cadencia.

*José Antonio Hervás*

### LOS CONTADORES DE ESTRELLAS

Yo estoy cansado.  
Miro esta ciudad  
- una ciudad cualquiera -  
donde “ha” veinte años vivo.

Todo está igual.  
Un niño  
inútilmente cuenta las estrellas  
en el balcón vecino.  
Yo me pongo también...  
Pero él va más deprisa:  
no consigo alcanzarle:  
Una, dos, tres, cuatro, cinco...  
No consigo alcanzarle.  
Una, dos ...  
tres...  
cuatro...  
cinco..

*Dámaso Alonso*

### LA CINTA DE MOEBIUS

¿Por qué una curva  
al ir y regresar  
vuelve al lugar donde empezó?  
Toma el lápiz y delinea.  
Ya verás:  
la cinta tiene sólo un lado.  
Ahora bien: los geómetras del cielo  
discuten todavía  
si el ojo de Dios  
nos amasó con *shejná*.<sup>[1]</sup>  
¿Tendrá principio de mujer nuestro saber?  
Unos dicen que así no fuimos dibujados.  
Son rectas las curvas de Moebius.  
En “torcedumbre” y doloridos  
con esas cintas nos crearon.



Cinta de Moebius - Middleheim (Amberes)

*Myriam Moscona*

Nota:

<sup>[1]</sup> *shejná*: para los cabalistas, es el principio femenino de Dios.

### ACTIVIDADES

1. Busca en el diccionario los siguientes términos: *acróstico*, *cabalista*, *esquivo*
2. Contesta:
  - ¿Cuántos años hace que vive en la misma ciudad el protagonista de uno de los poemas? ¿Dónde se encuentra su vecino?
  - ¿Qué parte del número total de perlas cayó al suelo?
  - Escribe el *acróstico* formado en el segundo poema.
3. Escribe un poema, como mínimo de 5 versos, cuyas letras iniciales de cada verso formen un *acróstico*.
4. Plantea la ecuación que se deduce del primer poema.
5. Construye una cinta de Moebius y comprueba lo que se explica en el poema.

## SEMEJANZA

### *Figuras semejantes*

Dos figuras son semejantes si tienen la misma forma, aunque el tamaño sea distinto. En dos figuras semejantes las longitudes de segmentos correspondientes son proporcionales.

Se llama razón de semejanza o escala al cociente entre dos longitudes correspondientes:

$$r = \frac{a'}{a}$$

En dos figuras semejantes, los ángulos correspondientes son iguales.

Ejemplo:

Son semejantes un plano y el objeto que representa, un mapa y el terreno que representa, una maqueta y el objeto que representa, una foto y la imagen que representa.

### *Ampliación y reducción*

Una ampliación es una figura semejante a otra, pero mayor; es decir,  $r > 1$

Una reducción es una figura semejante a otra, pero menor; es decir,  $r < 1$

Ejemplo:

En una fotocopiadora hacen ampliaciones y reducciones de los originales.

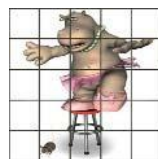
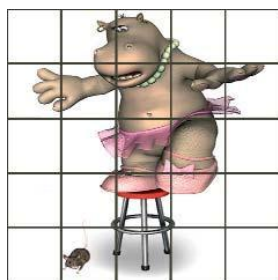
Una reducción al 50% es  $r = 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 1 : 2$

1:2 quiere decir que 2 unidades se convierten en 1

### *Construcción de figuras semejantes mediante cuadrícula*

Se puede construir una figura semejante a otra mediante una cuadrícula.

- Se dibuja una cuadrícula en el objeto inicial.
- Se dibuja una cuadrícula en blanco con la escala correspondiente.
- Se dibuja en cada nueva celda el recuadro correspondiente.



[...]

### *Escalas*

La escala de un objeto es el cociente entre una longitud medida en el dibujo y la medida de la longitud correspondiente en el objeto, es decir, es la razón de semejanza. Siempre se escribe en un cociente en el que el dividendo es uno; por ejemplo, 1:200, y se lee «uno es a doscientos»

Ejemplo:

Halla la escala a la que está construido un plano en el que 6 cm equivalen a 18 m en la realidad.

$$6 \text{ cm} : 1800 \text{ cm} = 1 : 300$$

Esto quiere decir que 1 cm en el plano corresponde a 300 cm = 3 m en la realidad.

### **Planos**

Un plano es la representación de una casa, un piso, un terreno, una pieza, etc., en la que la escala es superior a 1:10000

Ejemplo:

El plano de un piso está construido a escala 1:200. Si la longitud de un pasillo mide en el plano 4 cm, ¿cuánto mide en la realidad?

$$4 \cdot 200 = 800 \text{ cm} = 8 \text{ m}$$

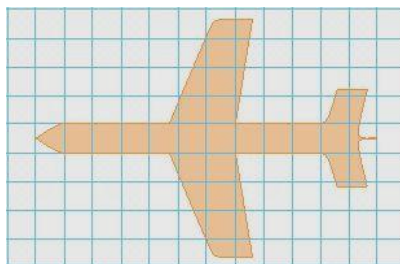
### **Mapas**

Un mapa es la representación de toda la Tierra o parte de ella, en la que la escala es inferior a 1:10000 [...]

*José María Arias Cabeza e Ildefonso Maza Sáez.*

## **ACTIVIDADES**

1. a) *Explica la diferencia entre un mapa y un plano.*  
b) *¿Qué escala es mayor, 1: 200 o 1: 20000? ¿Cuál corresponde a un mapa y cuál a un plano?*
2. *Halla la escala a la que está construido un plano en el que 7 cm equivalen a 56 m en la realidad.*
3. *Contesta:*
  - *¿Cómo son las longitudes de segmentos correspondientes en dos figuras semejantes?*
  - *¿Cómo se lee 1: 50000?*
  - *Define razón de semejanza.*
4. *Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Corrige las que no sean correctas:*
  - *Una ampliación es una figura semejante a otra, pero menor.*
  - *Una escala de 1: 500 quiere decir que 1 cm en la realidad corresponde a 500 cm en el plano.*
  - *En dos figuras semejantes, los ángulos correspondientes son iguales.*
5. *Mediante la técnica de cuadrículado, haz un avión semejante al siguiente, pero con el doble de tamaño:*







## UNA PUERTA EN LA PIZARRA

*(Estamos en plena clase de matemáticas. Los alumnos en sus pupitres y el profesor junto a la pizarra intentando explicar su lección. Hoy toca Polígonos, pero parece que el tema no suscita mucho interés entre los alumnos: unos bostezan descaradamente, otros cuchichean a escondidas, otros juegan con el móvil...)*

PROFE DE MATES: *(Trajeado y con grandes gafas, un poco chapado a la antigua.)* ...Un polígono es la porción del plano limitada por líneas rectas. Los elementos de un polígono son: los lados, los vértices y los ángulos. Los polígonos pueden clasificarse según su número de lados y según la medida de sus lados y sus ángulos...

*(De pronto un avioncito de papel vuela por la clase, risa general.)*

PROFE DE MATES: ¿Pero esto qué es? ¿Quién ha sido? [...] ¿Pero no os dais cuenta que las matemáticas forman parte de nuestra existencia?

CHEMA: ¿De verdad?

PROFE DE MATES: Pues claro. Piénsalo bien, te despierta la alarma de un reloj y gracias al reloj sabes en qué hora vives y alrededor del reloj sueles organizar tu jornada, coges un autobús para venir a la escuela y gracias a que tiene un número en el morro sabes qué autobús es el tuyo y a dónde te lleva. Y esto por poner solo un ejemplo. Los números y las matemáticas están en tu vida diaria desde que te levantas hasta que te acuestas...

CHEMA: ¡Buf!, qué agobio, ¿no?

PROFE DE MATES: Nuestro mundo sería un caos absoluto sin los números, si no fuera por las matemáticas no sé qué sería de nosotros...

MARCOS: Pues por mí como si desaparecen todas, mejor, para lo que las quiero... Las matemáticas sólo sirven para complicarnos la vida, ¿a que sí?

CHEMA: Estoy totalmente de acuerdo.

SARA: ¡Y yo!

RÓBER: La verdad es que a veces son un poco difíciles...

OMAR: ¿Sólo a veces?

MARCOS: ¡Fuera las matemáticas! ¡Fuera las matemáticas!...

*(Los demás se unen también a los gritos de MARCOS, algunos incluso siguen el ritmo golpeando en la mesa. Únicamente RÓBER se mantiene al margen un poco asustado. El PROFE DE MATES pone cara de no saber qué hacer.)*

TODOS: ¡Fuera las matemáticas! ¡Fuera las matemáticas!...

*(Sobre todo ese griterío suena de pronto un trueno que retumba violento por toda la sala, las luces parpadean dos o tres veces antes de producirse un apagón.)*

CHEMA: ¿Qué ha pasado?

SARA: ¿Qué ha sido eso?

MARCOS: ¿Pero quién ha apagado la luz?

RÓBER: Oh oh, esto no me huele nada bien...

*(La luz vuelve poco a poco, con pequeños parpadeos, como si le costase regresar con toda su fuerza.)*

OMAR: *(Aplaudiendo.)* ¡Por fin!

SILVIA: ¿Y el Profe?

CHEMA: Es cierto, el profesor no está...

SARA: Habrá ido a mirar qué ha pasado con la luz.

MARCOS: O ha cumplido su amenaza y se ha ido de clase...

RÓBER: *(Está como hipnotizado mirando la pizarra.)* Yo creo que no se ha ido, o por lo menos, no voluntariamente...

SILVIA: ¿Por qué dices eso Róber?

RÓBER: Mirad lo que hay escrito en la pizarra. *(Los demás se acercan a mirar.)*

SARA: Eso no estaba antes del apagón.

RÓBER: Esto es muy raro...

SILVIA: Parece un mensaje, ¿no?

CHEMA: *(Leyendo.) SEIS LADOS IGUALES FORMAN UNA PUERTA EXTRAÑA PERO PUERTA AL FIN Y AL CABO. SI LOGRAS DIBUJARLA SE ABRIRÁ PARA TI. [...](CHEMA se acerca a la pizarra, coge una tiza y empieza a dibujar un gran rectángulo.)*

SARA: ¿Pero qué haces, Chema?

CHEMA: Pues dibujar una puerta como dice el enigma geométrico ése.

RÓBER: Sí, pero no da igual la puerta que se dibuje.

CHEMA: Mira Róber, una puerta es una puerta la mires por donde la mires y todas son rectangulares.

RÓBER: Ésta no.

CHEMA: Ahora lo veremos. Hasta le voy a poner el pomo a la puerta para que te quedes contento. ¡Ya está! ¿Ves qué bonita ha quedado?... ¡Vamos, seguidme todos!...

*(Nadie se mueve, dudan del resultado. Pero CHEMA sigue adelante y queriendo atravesarla choca con la pizarra: ¡¡PLOM!! Del tremendo golpe, CHEMA rebota y cae al suelo. Todos se ríen menos SARA que corre a ayudarlo.) [...]*

RÓBER: Es que ahí lo pone bien claro: “SEIS LADOS IGUALES FORMAN UNA PUERTA EXTRAÑA”, seis lados, Chema y no cuatro que son los que tú has pintado para hacer tu rectángulo o cuadrilátero, es decir, de cuatro lados. *(RÓBER según habla se va poniendo un poco en plan profesor.)* ¿Y cuál es el polígono que tiene seis lados?

SILVIA: El hexágono, ¿no es así?

RÓBER: ¡Exactamente!

OMAR: Que además de seis lados tiene también seis ángulos, ¿no?

RÓBER: Así es. ¿Y qué hexágono está formado por seis lados i-gua-les?

SILVIA: Eso es más difícil.

RÓBER: *(Acercándose a la pizarra, cogiendo una tiza.)* Pues no es otro que un hexágono equilátero. Alcánzame la regla del profesor, Sara... *(Y SARA se acerca a la mesa, coge una regla bastante larga que hay sobre ella y después se la pasa a RÓBER.)*

SARA: ¿Y para qué la necesitas, Róber?

RÓBER: Pues para que todos los lados salgan más o menos iguales y rectos. *(Y ayudándose de la regla empieza a dibujar rayas hasta completar el hexágono, uno bien grande. Después señalando cada lado.)* Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis lados, y todos iguales.

MARCOS: Jo, qué tío más listo.

SARA: Si atendieras en clase en vez de hacer avioncitos...

*(De pronto algo ocurre en la pizarra. Suena un crujido chirriante, como de puerta muy oxidada abriéndose, y la figura dibujada por RÓBER se abre lentamente hacia dentro...)*

RÓBER: *(Alejándose de la pizarra, impresionado y algo incrédulo de lo que está viendo.)* Se está abriendo, se está abriendo...

Antonio de la Fuente Arjona. La rebelión de los números. Ed. de la Torre.

## ACTIVIDADES

1. Busca en el texto: un sinónimo de: bulla y un antónimo de: crédulo.
2. Contesta: - ¿Cuándo desaparece el profe? ¿Quién dibuja el rectángulo en la pizarra? ¿Y quién el hexágono?
3. Completa: - Un polígono es la \_\_\_\_\_ del plano limitada por líneas\_\_\_\_\_. Los elementos de un polígono son: los \_\_\_\_\_, los vértices y los \_\_\_\_\_ .  
- Nuestro mundo sería un \_\_\_\_\_ absoluto sin los \_\_\_\_\_.
4. En el texto, el profe dice algunos ejemplos en los que aparecen las matemáticas en nuestra vida diaria. Nombra otros 5 ejemplos distintos.

